فصل اول: مبانی ماشین‌های جریان متناوب سه فاز

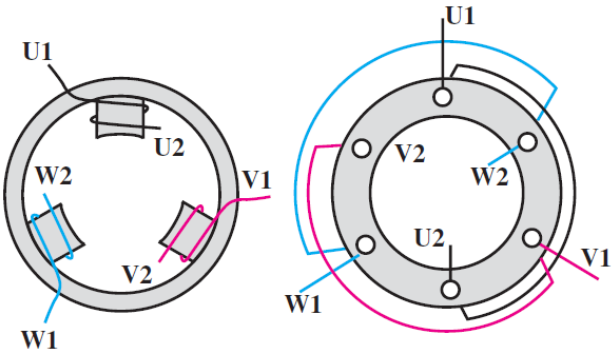
ماشین‌های الکتریکی سه فاز را می‌توان به دو دسته کلی زیر تقسیم کرد:

۱- ماشین‌های القایی
۲- ماشین‌های سنکرون

که اساس کار هر دوی آنها ایجاد میدان مغناطیسی دوار است.

نحوه تولید میدان دوار با استفاده از تغذیه سه فاز:

سه سیم‌پیچی با اختلاف فاز مکانی 120° به یک شبکه سه فاز با اختلاف فاز زمانی 120° وصل کنیم.



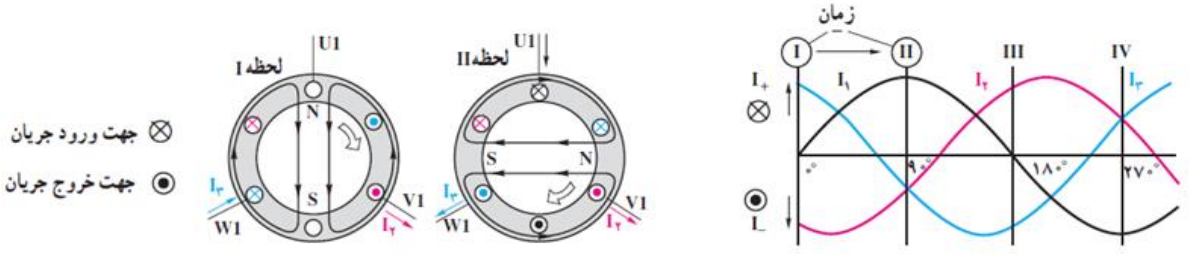
شاری که در این سه سیم‌پیچ جاری می‌شود سینوسی و دارای دامنه مشابه است و فقط نسبت به هم 120° اختلاف فاز زمانی دارند.

تئوری میدان دوار:

۱- به روش ترسیمی
۲- به روش تحلیلی

در ادامه هر یک به تفصیل توضیح داده می‌شود.

۱- به روش ترسیمی:



نمایش ایجاد میدان دوّار توسط سیم‌پیچی سه فاز

۲- روش تحلیلی

فرض کنیم معادله جریان سه سیم‌پیچ به صورت زیر باشد:

$$i_1(t) = I_m \cos(\omega t)$$

$$i_2(t) = I_m \cos(\omega t - 120)$$

$$i_3(t) = I_m cos(\omega t + 120)$$

نیروی محرکه مغناطیسی از حاصلضرب تعداد دور سیم‌پیچی در جریان آن سیم‌پیچ بدست می‌آید($F = Ni$). اگر نقطه‌ای از استاتور k را که با محور فاز اول زاویه θ می‌سازد را در نظر بگیریم در این صورت داریم:

$$F_1 = Ni_1 \cos(\theta) = NI_m \cos(\omega t)\cos(\theta)$$

$$F_2 = Ni_2 \cos(\theta - 120) = NI_m \cos(\omega t - 120)\cos(\theta - 120)$$

$$F_3 = Ni_3 \cos(\theta + 120) = NI_m \cos(\omega t + 120)\cos(\theta + 120)$$

از طرفی بر طبق رابطه ضرب به جمع مثلثاتی داریم:

$$\cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

بنابراین می‌توان نیروی محرکه مغناطیسی را به صورت زیر نوشت:

$$F_1 = \frac{NI_m}{2}(\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t - \theta))$$

$$F_2 = \frac{NI_m}{2}(\cos(\omega t + \theta - 240) + \cos(\omega t - \theta))$$

$$F_3 = \frac{NI_m}{2}(\cos(\omega t + \theta + 240) + \cos(\omega t - \theta))$$

نیروی محرکه برآیند در نقطه k از حاصل جمع سه نیروی محرکه فوق بدست می‌آید بنابراین داریم:

$$F_{eq}(t) = F_1(t) + F_2(t) + F_3(t) = \frac{3}{2} NI_m \cos(\omega t - \theta)$$

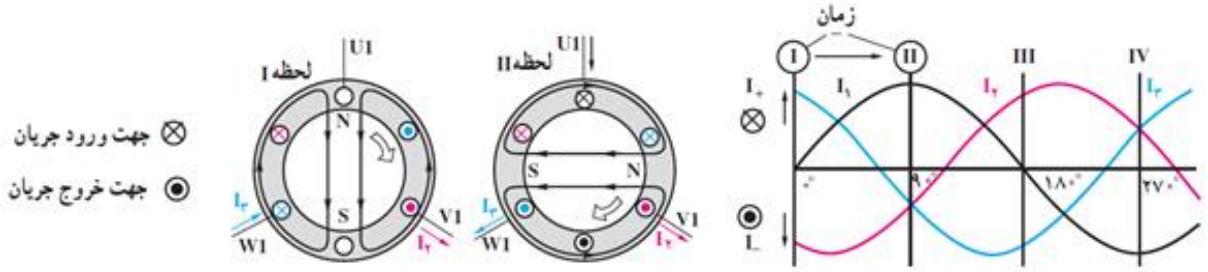
این رابطه نشان می‌دهد که هرگاه سیم‌پیچی استاتور یک ماشین سه فاز توسط جریان سه فاز متقارن تغذیه شود در فاصله هوایی استاتور نیروی محرکه مغناطیسی ایجاد می‌شود که با سرعت مکانیکی $n_s = \frac{120f}{p}\ rpm$ و یا $\omega = \frac{4f}{p}\ rad/\sec$ می‌چرخد. اگر ماشین به صورت m فاز باشد آنگاه دامنه نیروی محرکه $\frac{m}{2}NI_m$ خواهد شد.

جهت گردش میدان دوار:

اگر میدان دوار در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حرکت کند به آن میدان راستگرد و اگر در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت حرکت کند به آن میدان چپگرد گویند.

تغییر جهت گردش میدان دوار:

با جا به جایی اتصال دو فاز از سه فاز منبع تغذیه جهت گردش میدان دوار تغییر می‌کند.



کلاف (پیچک) چیست؟

N دور سیم‌پیچ تشکیل یک کلاف یا پیچک را می‌دهند.

تعریف دسته کلاف:

اگر چند کلاف به صورت سری به هم متصل شوند یک دسته کلاف (دسته پیچک) را بوجود می‌آورند.

تعریف گام کلاف:

فاصله بین دو بازو (لبه) پیچک (کلاف) را گام کلاف گویند.

تعریف گام قطب:

فاصله میان دو قطب مجاور را گام قطبی یا دهانه قطب می‌نامند و برابر است با:

$$\text{یک گام قطبی} = \frac{\text{360 درجه مکانیکی}}{\text{تعداد قطب ماشین}} = \text{180 درجه الکتریکی}$$

تعریف گام کامل:

اگر گام کلاف با یک گام قطبی برابر بود سیم‌پیچی را گام کامل می‌گویند. در گام کامل لبه کلاف‌ها ۱۸۰ درجه الکتریکی در محیط استاتور از یکدیگر فاصله دارند.

تعریف گام کوتاه:

اگر گام کلاف کوچکتر از یک گام قطبی بود سیم‌پیچی را گام کوتاه یا گام کسری می‌گویند. سیم‌پیچی ماشین‌های AC از نوع گام کسری است در حالیکه در ماشین‌های DC از سیم‌پیچی با گام کامل استفاده می‌شود.

ضریب توزیع:

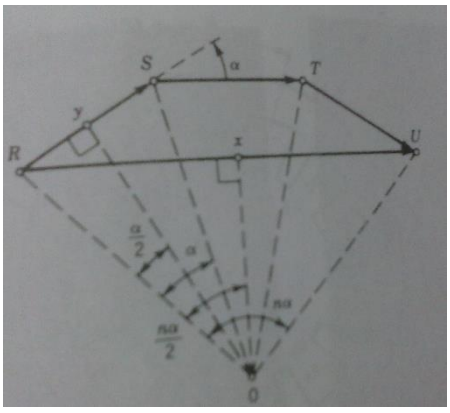
در سیم‌پیچی متمرکز ولتاژهای القاء شده در کلاف‌ها هم فاز بوده و لذا ولتاژ سیم‌پیچی از جمع جبری ولتاژهای کلاف‌ها حاصل می‌شود. در سیم‌پیچی توزیع شده ولتاژهای القاء شده در کلاف‌ها هم فاز نبوده و اختلاف فازی به اندازه زاویه بین دو شیار مجاور (α) بین آنها وجود دارد. در این صورت ولتاژ سیم‌پیچی از جمع فازوری ولتاژهای کلاف‌ها حاصل می‌شود. ضریب توزیع K_d به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K_d = \frac{\text{جمع فازوری ولتاژهای کلاف}}{\text{جمع جبری ولتاژهای کلاف}}$$

$\alpha =$ زاویه بین دو شیار مجاور

$n =$ تعداد شیارها به ازاء هر قطب

فرض کنید $n = 3$ باشد. مطابق شکل زیر (صفحه ۶۲۰ پی سی سن) ولتاژهای کلاف‌ها را به صورت فازورهای RS، ST و TU نشان می‌دهیم. این فازورها وتر دایره‌ای به مرکز O می‌باشند. زاویه این وترها از دیدگاه مرکز دایره αاست. فازور RU معادل جمع فازوری RS، ST و TU است و همان ولتاژ سیم‌پیچی می‌باشد. زاویه وتر RU از دیدگاه مرکز دایره $n\alpha$است. در این صورت داریم:



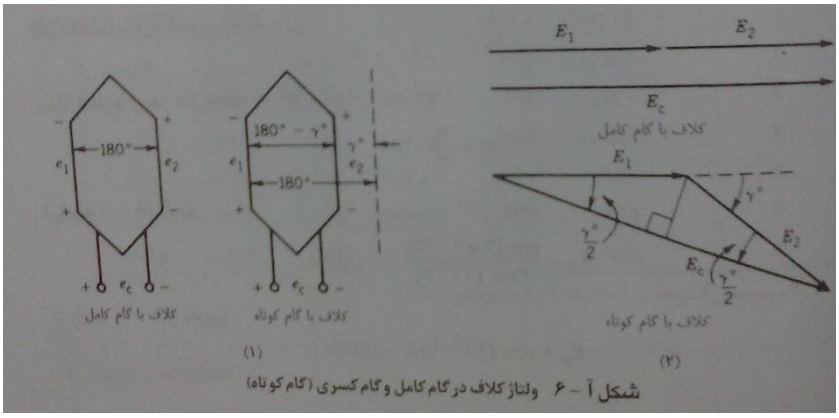
$$K_d = \frac{RU}{n(\mathrm{RS})} = \frac{2R_x}{n(2R_y)} = \frac{R_x}{nR_y} = \frac{OR.\sin(\frac{\mathrm{n}\alpha}{2})}{\mathrm{n}.OR.\sin(\frac{\alpha}{2})} = \frac{\sin(\frac{\mathrm{n}\alpha}{2})}{\mathrm{n}\sin(\frac{\alpha}{2})}$$

ضریب گام (K_p):

در کلاف‌های با گام کوتاه ولتاژ القاء شده کمتر از حالت گام کامل است. ضریب گام K_p را به صورت زیر تعریف می‌کنند:

$$K_p = \frac{\text{ولتاژ القاء شده در کلاف با گام کوتاه}}{\text{ولتاژ القاء شده در کلاف با گام کامل}}$$

ولتاژهای القایی در کلاف با گام کامل و گام کسری در شکل زیر نشان داده شده است. گام کلاف در حالت گام کسری یا گام کوتاه $(180-\gamma)^\circ$ است یعنی به اندازه γ° از گام کامل کوتاه‌تر است.



شکل آ – ۶ ولتاژ کلاف در گام کامل و گام کسری (گام کوتاه)

مطابق شکل ولتاژ کلاف برابر است با:

$$e_c = e_1 + e_2$$

در حالت گام کامل ولتاژهای e_1 و e_2 در زمانی مشابه ماکزیمم می‌شوند. اما در گام کسری هرگاه e_1 ماکزیمم شود، e_2 ماکزیمم نخواهد شد. در گام کسری E_2 به اندازه γ° با E_1 اختلاف فاز دارد (E_1 فازور ولتاژ e_1 و E_2 فازور ولتاژ e_2 است).

فرض کنیم:

$$E_1 = E_2 = E$$

در این صورت با توجه به شکل و رابطه بیان شده برای K_p داریم:

$$K_p = \frac{2E\cos\gamma/2}{2E} = \cos\frac{\gamma}{2}$$

ضریب سیم‌پیچی:

اگر کلاف‌ها درون چندین شیار توزیع شده باشند و گام آنها کسری باشد ولتاژ القایی درون سیم‌پیچی از هر دو ضریب یعنی K_d و K_p متاثر می‌شود:

$$K_w = K_d \times K_p$$

تعریف سیم‌پیچی متمرکز و گسترده:

الف- سیم‌پیچی متمرکز (متحدالمرکز):

در این نوع سیم‌پیچی تعدادی کلاف (پیچک) به صورت متحدالمرکز پیچیده شده و با هم سری می‌گردند و یک دسته کلاف را بوجود می‌آورند. هدف از به کار بردن این نوع سیم‌پیچی کاهش سربندی در ماشین می‌باشد که منجر به افزایش راندمان ماشین می‌شود. این نوع سیم‌پیچی در ماشین‌های متوسط و کوچک به کار می‌رود.

ب- سیم‌بندی گسترده:

در ماشین‌های AC واقعی سیم‌پیچ‌های هر فاز به صورت توزیع شده و گسترده در شیارهای گوناگون پخش شده‌اند. علت این امر استفاده بهتر از امکانات هسته و هادی‌های مسی است و همچنین با این کار شکل موج mmf بهبود می‌یابد.

مثال:

استاتور یک ماشین سه فاز شامل ۹ شیار به ازاء هر قطب است و دارای سیم‌پیچ دو لایه متعادل سه فاز است. گام کلاف‌ها کسری بوده و برابر $\frac{7}{9}$ است. به عبارت دیگر دهانه یا گام هر کلاف ۷ شیار می‌باشد. ضریب سیم‌پیچی را حساب کنید.

پاسخ:

زاویه شیار برابر است با:

$$\alpha = \frac{180}{9} = 20^\circ$$

گام کلاف برابر است با:

$$\frac{7}{9} \times 180 = 140^\circ$$

میزان کوتاهی گام کلاف برابر است با:

$$\gamma = 180 - 140 = 40^\circ$$

تعداد شیارهای هر فاز به ازاء هر قطب برابر است با:

$$n = \frac{9}{3} = 3$$

بنابراین داریم:

$$K_d = \frac{\sin(\frac{n\alpha}{2})}{n\sin(\frac{\alpha}{2})} = \frac{\sin(\frac{3\times 20}{2})}{3\sin(\frac{20}{2})} = 0.9598$$

$$K_p = \cos\frac{\gamma}{2} = \cos\frac{40}{2} = 0.9397$$

$$K_w = K_d \times K_p = 0.9598 \times 0.9397 = 0.9019$$

بنابراین ولتاژ القایی به اندازه ۰,۹۰۱۹ کمتر خواهد شد.

هارمونیک‌های زمانی و مکانی (فضایی):

هارمونیک‌های زمانی:

در اغلب موتورها جهت کنترل سرعت از اینورتر جریان و ولتاژ استفاده می‌شود. بنابراین جریان استاتور غیر سینوسی است و حاوی هارمونیک می‌باشد. به این هارمونیک‌ها هارمونیک‌های زمانی می‌گویند. این هارمونیک‌ها همانند مولفه اصلی در فاصله هوایی میدان گردان تولید می‌کنند. هارمونیک‌های زمانی به علت ایجاد میدان گردان گشتاور پارازیت تولید می‌کنند. سرعت چرخش این هارمونیک‌ها بیشتر از سرعت میدان گردان حاصل از مولفه اصلی است. مرتبه هارمونیک‌های زمانی برابر است با:

$$h = 6m \pm 1$$

که در این رابطه m عدد صحیح است. در این صورت mmf گردان به صورت زیر خواهد بود:

$$F_h = \frac{3}{2} F_{h\max} \cos\left(h\omega_s t + \theta\right)$$

بنابراین میدان گردان (mmf گردان) مربوط به هارمونیک h ام با سرعت $h\omega_s$ می‌چرخد که جهت چرخش برای هارمونیک $h = 6m + 1$ با جهت چرخش میدان گردان مولفه اصلی یکسان است و میدان گردان ناشی از هارمونیک $h = 6m - 1$ خلاف جهت چرخش میدان گردان مولفه اصلی می‌چرخد.

نکته: در سیستم سه فاز جریان هارمونیک سوم وجود ندارد بنابراین میدان گردان و سرعت میدان گردان هارمونیک سوم صفر است.

هارمونیک‌های مکانی (فضایی):

توزیع ایده آل سینوسی میدان گردان موقعی امکان‌پذیر است که ماشین دارای تعداد بی‌شماری شیار در محیط استاتور باشد و در ضمن سیم‌پیچ‌ها به صورت سینوسی در شیارها توزیع شده باشند. اما در عمل این امر ممکن نیست و سیم‌پیچ‌ها درون تعداد معینی شیار توزیع شده‌اند. در نتیجه هرگاه از سیم‌پیچ استاتور جریان بگذرد میدان گردان حاصله در فاصله هوایی غیر سینوسی خواهد بود و بنابراین شار فاصله هوایی حاوی مولفه اصلی و هارمونیک‌های دیگر خواهد بود. به این هارمونیک‌ها، هارمونیک‌های

مکانی (فضایی) گویند. این هارمونیک‌ها نیز گشتاور پارازیت ایجاد می‌کنند. سرعت چرخش میدان گردان ناشی از هارمونیک‌های فضایی کمتر از سرعت میدان گردان مولفه اصلی است. مرتبه هارمونیک‌های مکانی برابر است با:

$$h = 6m \pm 1$$

که در این رابطه m عدد صحیح است. اگر سرعت میدان گردان مولفه اصلی ω_s باشد میدان گردان (mmf گردان) مربوط به هارمونیک h ام با سرعت $\frac{\omega_s}{h}$ می‌چرخد که جهت چرخش برای هارمونیک $h = 6m + 1$ با جهت چرخش میدان گردان مولفه اصلی یکسان است و میدان گردان ناشی از هارمونیک $h = 6m - 1$ خلاف جهت چرخش میدان گردان مولفه اصلی می‌چرخد.

هارمونیک‌های فضایی و ضریب‌های سیم‌پیچی:

در بخش‌های قبل فرض کردیم که ولتاژ القایی سینوسی است. اما اگر توزیع چگالی شار سینوسی نباشد ولتاژ القایی در سیم‌پیچی نیز غیر سینوسی خواهد بود و ضرایب K_d و K_p برای هر هارمونیک متفاوت خواهند بود. اختلاف فاز ولتاژ هارمونیک hام برای دو کلاف مجاور برابر $h\alpha$ خواهد بود. بنابراین در هارمونیک hام داریم:

$$K_{dh} = \frac{\sin(\frac{\mathrm{nh}\,\alpha}{2})}{\mathrm{n}\sin(\frac{h\alpha}{2})}$$

همچنین ضریب گام K_p برای هارمونیک hام به صورت زیر خواهد بود:

$$K_{ph} = \cos\frac{h\gamma}{2}$$

گام کسری را می‌توان طوری انتخاب کرد که هارمونیک خاصی از بین برود. برای از بین رفتن هارمونیک hام باید:

$$\cos\frac{h\gamma}{2} = 0 \Rightarrow \frac{h\gamma}{2} = 90^\circ \Rightarrow \gamma = \frac{180^\circ}{h}$$

به عنوان مثال برای از بین بردن هارمونیک سوم باید:

$$\gamma = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

با توجه به روابط داده شده ضریب سیم‌پیچی برای هارمونیک hام برابر است با:

$$K_{wh} = K_{dh} \times K_{ph}$$

محاسبه ولتاژهای القاء شده:

شکل موج ولتاژ القایی در سیم‌پیچی به توزیع فضایی چگالی شار در فاصله هوایی بستگی دارد. توزیع چگالی شار در فاصله هوایی کاملا سینوسی نمی‌باشد. البته با توزیع یا گستردگی کلاف‌ها شکل موج به سینوسی نزدیکتر می‌شود ولی هرگز سینوسی کامل نخواهد شد. همچنین با سیم‌پیچی گام کسری می‌توان هارمونیک‌های ولتاژ را به میزان قابل توجهی کاهش داد. با این روش هارمونیک اصلی (هارمونیک اول) هم کاهش می‌یابد اما کاهش هارمونیک اول بسیار کم است. به عنوان مثال فرض کنید توزیع فضایی چگالی شار به صورت زیر باشد:

$$B(\theta) = B_{1\max}\sin\theta + B_{3\max}\sin 3\theta + B_{5\max}\sin 5\theta + B_{7\max}\sin 7\theta + \ldots$$

هر یک از این مولفه‌ها در سیم‌پیچ ولتاژ القاء می‌کند. در سیم‌پیچی متمرکز با N حلقه یا دور در هر فاز ولتاژ موثر القایی در هر فاز به خاطر هارمونیک اصلی برابر است با:

$$E_1 = 4.44fN\,\phi_1$$

در سیم‌پیچی غیر متمرکز یا توزیع شده:

$$E_1 = 4.44fN\,\phi_1 K_{w1}$$

K_{w1} ضریب سیم‌پیچی هارمونیک اصلی می‌باشد.

هارمونیک‌های فضایی، ولتاژهای هارمونیک‌دار در سیم‌پیچ القاء می‌کنند که به هارمونیک‌های ولتاژها، هارمونیک‌های زمانی می‌گویند. برای هارمونیک hام ولتاژ القایی داریم:

$$E_h = 4.44(hf)N\,\phi_h K_{wh}$$

ϕ_h هارمونیک h ام شار هر قطب است و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\phi_h = A_h \times \bar{B}_h$$

که داریم:

$$A_h = \frac{\pi DL}{hp} \qquad\qquad \bar{B}_h = \frac{2B_{h\max}}{\pi}$$

در این روابط D قطر فاصله هوایی، L طول قطب، p تعداد قطب‌ها و $\bar{B}_h$ متوسط چگالی شار هارمونیک hام می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\phi_h = \frac{2DLB_{h\max}}{hp}$$

کل ولتاژ موثر القا شده در سیم‌پیچ برابر است با:

$$E = (E_1^2 + E_3^2 + E_5^2 + E_7^2 \ldots)^{\frac{1}{2}}$$

می‌توان نشان داد که هارمونیک ۳ و هارمونیک‌های فرد مضارب ۳ در ماشین سه فاز در ولتاژ خط ظاهر نمی‌شود. بنابراین ولتاژ خط سینوسی‌تر از ولتاژ فاز یا ولتاژ سیم‌پیچی است. مقدار موثر ولتاژ خط برابر است با:

$$E_{LL} = \sqrt{3}(E_1^2 + E_5^2 + E_7^2 + E_{11}^2 \ldots)^{\frac{1}{2}}$$

مثال:

یک ژنراتور سنکرون سه فاز ۶۰ هرتزی با اتصال ستاره مفروض است و حاوی ۸ قطب و ۹۶ شیار در استاتور می‌باشد. گام سیم‌پیچی $\frac{9}{12}$ است. چگالی شار فاصله هوایی شامل هارمونیک اصلی، هارمونیک سوم و هارمونیک پنجم است. دامنه هارمونیک سوم و پنجم به ترتیب ۳۰ درصد و ۱۵ درصد هارمونیک اصلی می‌باشد. نسبت ولتاژ خط به ولتاژ فاز را بیابید.

پاسخ:

$$n = \frac{96}{8 \times 3} = 4 \; slots \; / \; phase \; / \; pole$$

$$\alpha = \frac{180^\circ}{3 \times 4} = 15^\circ$$

$$\gamma = 3 \times 15^\circ = 45^\circ$$

ضرایب توزیع برابر است با:

$K_{d1} = \frac{\sin(\frac{4 \times 15^\circ}{2})}{4\sin(\frac{15^\circ}{2})} = 0.9577$	$K_{d3} = \frac{\sin(\frac{4 \times 3 \times 15^\circ}{2})}{4\sin(\frac{3 \times 15^\circ}{2})} = 0.6533$	$K_{d5} = \frac{\sin(\frac{4 \times 5 \times 15^\circ}{2})}{4\sin(\frac{5 \times 15^\circ}{2})} = 0.2053$

ضرایب گام برابر است با:

$K_{p1} = \cos\frac{45^\circ}{2} = 0.9239$	$K_{p3} = \cos\frac{3 \times 45^\circ}{2} = 0.3827$	$K_{p5} = \cos\frac{5 \times 45^\circ}{2} = -0.3827$

ضرایب سیم‌پیچی برابر است با:

$K_{w1} = K_{d1} \times K_{p1} = 0.8848$	$K_{w3} = K_{d3} \times K_{p3} = 0.2500$	$K_{w5} = K_{d5} \times K_{p5} = -0.0786$

ولتاژهای القایی برابر است با:

$$E_1 = KB_{1\max}K_{w1} = K \times 1 \times 0.8848 = 0.8848K$$

$$E_3 = KB_{3\max}K_{w3} = K \times 0.3 \times 0.25 = 0.075K$$

$$E_1 = KB_{5\max}K_{w5} = K \times 0.15 \times 0.0786 = 0.0118K$$

در این صورت ولتاژ فاز برابر است با:

$$E_{LN} = (\mathrm{E_1}^2 + \mathrm{E_3}^2 + \mathrm{E_5}^2 + ..)^{\frac{1}{2}} = 0.8881K$$

همچنین ولتاژ خط برابر است با:

$$E_{LL} = \sqrt{3}(\mathrm{E_1}^2 + \mathrm{E_5}^2 + ...)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \times 0.8848K$$

بنابراین داریم:

$$\frac{E_{LL}}{E_{LN}} = \sqrt{3} \times 0.9963$$

این رابطه نشان می‌دهد که ولتاژ خط کمتر از $\sqrt{3}$ برابر ولتاژ فاز شده است و این امر به خاطر غیبت هارمونیک سوم در ولتاژ خط است.

فصل دوم: ماشین القایی (آسنکرون)

انواع موتور القایی:

۱- موتور روتور قفسی
۲- موتور روتور سیم‌پیچی شده

شباهت‌ها و تفاوت‌های موتور القایی با ترانسفورماتور:

شباهت‌ها:

یک موتور القایی در حالت سکون دقیقا مانند یک ترانس است که ثانویه آنرا اتصال کوتاه کرده‌اند.

۱- استاتور موتور القایی مانند سیم‌پیچی اولیه ترانسفورماتور به شبکه وصل می‌شود. روتور موتور القایی به بار مکانیکی وصل می‌شود مانند سیم‌پیچ ثانویه ترانس که بار الکتریکی را تغذیه می‌کند.

۲- هر دو بر مبنای اصول الکترومغناطیسی کار می‌کنند به همین دلیل ترانسفورماتور را جزء ماشین‌های الکتریکی منظور می‌کنند.
۳- مدار معادل هر فاز از سیم‌پیچی موتور القایی ساختار اولیه مدار معادل یک فاز از سیم‌پیچی ترانسفورماتور است.

تفاوت‌ها:

۱- ترانسفورماتور ماشین ثابت است و قسمت متحرک ندارد اما موتور القایی قسمت متحرک (روتور) دارد.
۲- جریان بی‌باری ترانس خیلی کم است (کمتر از ۵ درصد جریان نامی) اما جریان بی‌باری موتور القایی زیاد است(کمتر از ۵۰ درصد جریان نامی).
۳- پارامترهای مدار معادل ترانس همواره مقادیری ثابت هستند اما در یک موتور القایی بیشتر کمیت‌های مدار معادل وابسته به مقدار لغزش هستند (با افزایش بار موتور القایی مقدار لغزش افزایش می‌یابد)
۴- ضریب قدرت موتورهای القایی پایین است مخصوصا در حالت بی‌باری ضریب قدرت بسیار پایین است اما ضریب قدرت ترانس نسبتا بالاست.

اساس کار موتور القایی:

هنگامی که سیم‌پیچ‌های استاتور به شبکه وصل می‌شوند میدان دواری بوجود می‌آید که هم فرکانس با فرکانس تغذیه است.:

$$F_{eq}(\mathrm{t}) = F_1(\mathrm{t}) + F_2(\mathrm{t}) + F_3(\mathrm{t}) = \frac{3}{2} N I_m \cos(\omega t - \theta)$$

این میدان دوار روی روتور ولتاژ القاء می‌کند. هنوز روتور شروع به حرکت نکرده است اما $E_2 \neq 0$ یعنی در هر فاز روتور ولتاژی معادل E_2 داریم. از آنجایی که مدار روتور اتصال کوتاه است (مثل آنکه ثانویه یک ترانس اتصال کوتاه شده باشد) پس در آن جریان اتصال کوتاه جاری می‌شود(لحظه راه‌اندازی). جریان روتور در روتور ایجاد میدان مغناطیسی می‌کند که این میدان با میدان دوار استاتور برخورد کرده و به هم نیرو وارد می‌کنند. چون میدان دوار در حال گرش است عملا روتور برای آنکه به آن نیروی کمتری وارد شود شروع به چرخش همجهت با میدان دوار می‌کند و به تدریج سرعت می‌گیرد.

جریان جاری شده در سیم‌پیچی‌های روتور میدان مغناطیسی F_r را بوجود می‌آورد. از تاثیر متقابل این میدان بر میدان گردان استاتور گشتاور بوجود می‌آید و روتور شروع به چرخش می‌کند:

$$T = F_r \times F_s = F_r F_s \sin\theta$$

بتدریج سرعت روتور افزایش می‌یابد تا هنگامی که سرعت آن برابر سرعت میدان دوار استاتور شود. در این لحظه هادی‌های روتور به موازات میدان دوار استاتور قرار گرفته و هیچگونه نیروی محرکه‌ای در آنها القاء نمی‌شود:

$$\frac{d\phi}{dt} = 0 \Rightarrow F_r = 0 \Rightarrow T = 0$$

در این صورت گشتاوری در روتور بوجود نمی‌آید. بنابراین در یک موتور القایی همواره سرعت روتور کمتر از سرعت میدان دوار استاتور است.

لغزش و تغییرات آن

فرض کنید سرعت میدان دوار یا سرعت سنکرون $n_s = \frac{120f}{p}\ rpm$ و سرعت چرخش روتور $n_r\ rpm$ باشد. در این صورت:

الف- تفاضل بین سرعت سنکرون و سرعت چرخش روتور را سرعت لغزش گویند:

$$\Delta n = n_s - n_r$$

ب- نسبت سرعت لغزش به سرعت میدان دوار را لغزش گویند:

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s}$$

لغزش را معمولا بر حسب درصد بیان می‌کنند و به آن درصد لغزش می‌گویند، یعنی:

$$\%s = \frac{n_s - n_r}{n_s} \times 100$$

محدوده تغییرات لغزش:

بطور کلی لغزش از $-\infty$ تا $+\infty$ تغییر می‌کند. در شرایط کاری مختلف لغزش مقادیر مشخصی دارد:

۱- لحظه راه‌اندازی:

در زمان توقف موتور $n_r = 0$ بنابراین:

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} = \frac{n_s - 0}{n_s} = 1$$

۲- روتور با سرعتی برابر سرعت میدان دوار بچرخد:

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} = \frac{n_s - n_s}{n_s} = 0$$

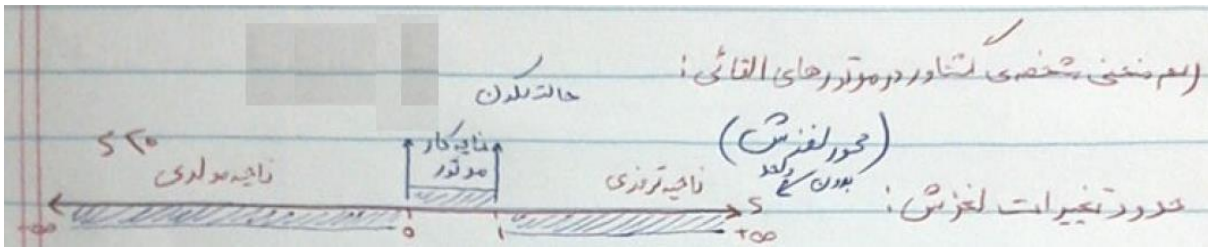
بطور طبیعی سرعت روتور هیچگاه به سرعت میدان دوار نمی‌رسد. ناحیه کار موتور ناحیه‌ای است که $0 < n_r < n_s$ و یا $0 < s < 1$ باشد.

اگر توسط عامل خارجی روتور را با سرعتی بیشتر از سرعت میدان دوار بچرخانیم آنگاه $n_s - n_r < 0 \Rightarrow s < 0$ خواهد شد. در این صورت جهت جریان استاتور عوض شده و به شبکه توان می‌دهد که به آن حالت مولدی گویند.

اگر زمانی که موتور در حال چرخش است جای دو فاز آنرا با هم عوض کنیم جهت میدان دوار عوض می‌شود. در این حالت جهت حرکت روتور خلاف جهت میدان دوار است بنابراین:

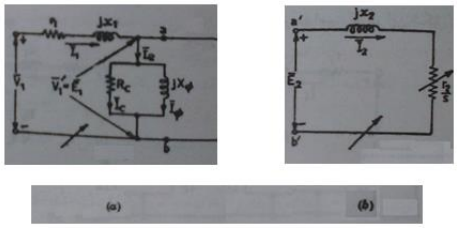
$$s = \frac{n_s - (-n_r)}{n_s} = \frac{n_s + n_r}{n_s} > 1$$

در این حالت موتور رفتار ترمزی خواهد داشت.



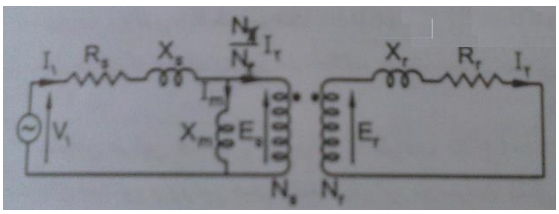
مدار معادل موتور القایی:

مدار معادل استاتور و روتور ماشین یک موتور القایی در شکل زیر نشان داده شده است.



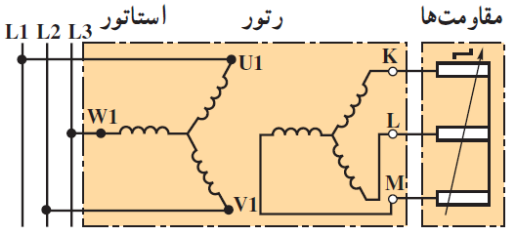
مدار معادل روتور و استاتور ماشین القایی

با ترکیب دو شکل فوق مدار معادل یک ماشین القایی تکفاز به صورت شکل زیر خواهد بود. با توجه به شکل مدار معادل ماشین القایی مانند ترانسفورماتوری است که اولیه آن استاتور و ثانویه آن روتور می‌باشد.



مدار معادل ماشین القایی

با اتصال سه فاز به یکدیگر مدار معادل ماشین القایی سه فاز به صورت زیر بدست می‌آید:

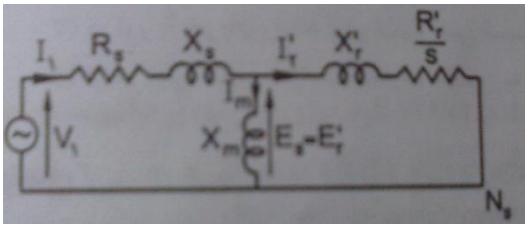


مدار معادل موتور القایی سه فاز روتور سیم‌پیچی شده

با توجه به مدار معادل تکفاز داریم:

$\frac{E_r}{E_s} = s\frac{N_r}{N_s}$	$X_s = 2\pi f_s L_s$
$X_m = 2\pi f_s L_m$	$X_r = 2\pi f_r L_r$

همانطور که مشاهده می‌شود فرکانس کاری طرف روتور و استاتور با هم متفاوت است. همانند ترانس می‌توان پارامترهای یک طرف را به طرف دیگر منتقل نمود. معمولا پارامترهای طرف روتور را به طرف استاتور منتقل می‌کنند. در این صورت مدار معادل ارجاع داده شده به استاتور به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۱- ۱-مدار معادل ماشین القایی ارجاع داده شده به سمت استاتور

با توجه به مدار معادل بدست آمده داریم:

$R'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 R_r$	$L'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_r$	$X_s = 2\pi f_s L_s$
$X_m = 2\pi f_s L_m$	$X'_r = 2\pi f_s L'_r$	$E'_r = \frac{N_s}{sN_r} E_r$

ارجاع روتور به سمت استاتور باعث می‌شود که فرکانس در هر دو سمت یکسان شود و حل مسئله راحت‌تر شود.

قبل از راه‌اندازی موتور ولتاژ القایی روتور ($E_r = 0$) و جریان جاری شده در روتور ($I_2 = 0$) می‌باشد. در این حالت امپدانس روتور برابر است با:

$$Z_r = R_r + jX_r \Rightarrow |Z_r| = \sqrt{R_r^2 + X_r^2}$$

همچنین ضریب قدرت روتور برابر است با:

$$\cos\phi_r = \frac{X_r}{R_r}$$

در لحظه راه اندازی هم فرکانس روتور و استاتور برابر است اما زمانی که روتور شروع به چرخش کرد دیگر فرکانس روتور و استاتور برابر نیست در این صورت داریم:

$$E_r = sE_s$$

- ولتاژ القایی هر فاز روتور کم می‌شود.

$$f_r = sf_s$$

- فرکانس روتور بشدت کاهش پیدا می‌کند.

$$X_r = sX_2$$

- مقاومت القایی هر فاز روتور کم می‌شود.
- مقاومت اهمی روتور تغییر نمی‌کند.

$$|Z_r| = \sqrt{R_r^2 + X_r^2}$$

- امپدانس هر فاز روتور کم می‌شود.

$$\cos\phi_r = \frac{X_r}{R_r}$$

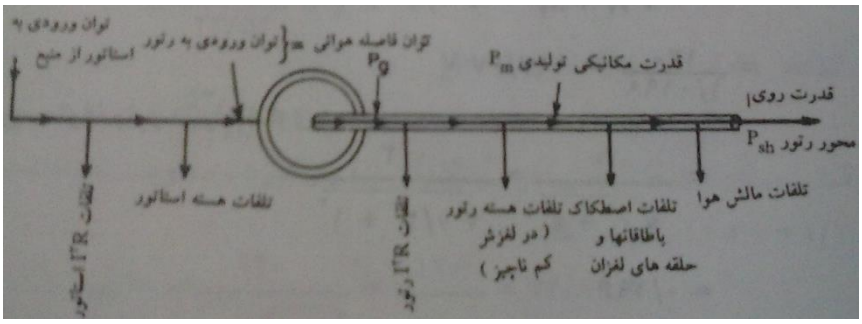
- ضریب قدرت روتور زیاد می‌شود.

$$I_r = \frac{E_r}{Z_r}$$

- جریان روتور تغییر می‌کند.

محاسبه گشتاور یک موتور القایی:

نمودار پخش توان در موتور القایی در شکل زیر نشان داده شده است. با توجه به این شکل توان ورودی روتور یا همان توان فاصله هوایی با توان ورودی استاتور به اندازه تلفات کل استاتور تفاوت دارد. توان روی محور روتور با توان مکانیکی تولیدی به اندازه تلفات اصطکاک و مالش هوا اختلاف دارد.



نمودار پخش توان در موتور القایی سه فاز

قدرت ورودی هر فاز روتور برابر است با:

$$P_g = E_2 I_2 \cos\theta_2$$

همچنین داریم:

$$\cos\theta_2 = \frac{R_r / s}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r{}^2}}$$

بنابراین داریم:

$$P_g = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r{}^2}} \frac{R_r}{s} I_2 = \frac{R_r}{s} I_2{}^2$$

P_g قدرت انتقالی از استاتور به روتور از طریق فاصله هوایی می‌باشد. به همین دلیل P_g را قدرت فاصله هوایی نیز می‌نامند. P_g را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

قدرت مکانیکی تولیدی روتور+ تلفات اهمی روتور = قدرت فاصله هوایی

$$\Rightarrow P_g = R_r I_2{}^2 + (\frac{1-s}{s}) R_r I_2{}^2 = sP_g + (1-s)P_g$$

$$\Rightarrow P_g = (\frac{1-s}{s}) R_r I_2{}^2 = (1-s)P_g$$

$$\Rightarrow P_{cur} = R_r I_2{}^2 = sP_g$$

گشتاور داخلی (ناخالص) تولیدی هر فاز برابر است با:

$$T_e = \frac{\text{قدرت مکانیکی داخلی تولیدی روتور}}{\text{سرعت روتور به رادیان مکانیکی بر ثانیه}}$$

$$T_e = \frac{P_m}{\omega_r} = \frac{(1-s)P_g}{(1-s)\omega_s} = \frac{P_g}{\omega_s}$$

در این رابطه ω_s سرعت سنکرون بر حسب رادیان بر ثانیه می‌باشد. رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر نیز نمایش داد:

$$T_e = \frac{P_g}{\omega_s} = \frac{1}{\omega_s} \frac{R_r I_2{}^2}{s} = \frac{1}{2\pi n_s} \frac{R_r I_2{}^2}{s} \qquad (۱)$$

قدرت خروجی یا قدرت محور را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

تلفات مکانیکی (تلفات اصطکاک و مالش هوا) - قدرت مکانیکی تولیدی روتور = قدرت خروجی یا قدرت محور

در این صورت گشتاور محور (یا گشتاور خروجی یا گشتاور مفید) برابر است با:

$$T_o = \frac{P_o}{\omega_m} = \frac{P_o}{(1-s)\omega_s}$$

بررسی گشتاور موتور تحت شرایط کاری مختلف:

با توجه به مدار معادل ماشین جریان روتور برابر است با:

$$I_2' = \frac{V_1}{(R_s + \frac{R_r'}{s}) + j(X_s + X_r')}$$

با جایگذاری این رابطه در رابطه (۱) داریم:

$$T_e = \frac{3}{\omega_s}\frac{R_r'}{s}\frac{V_1^2}{(R_s + \frac{R_r'}{s})^2 + (X_s + X_r')^2}$$

بنابراین گشتاور موتور القایی با مجذور ولتاژ متناسب است.

گشتاور داخلی حداکثر:

به این گشتاور، گشتاور بازدارنده، گشتاور نامیزانی یا گشتاور شکست نیز می‌گویند. شرایط گشتاور داخلی حداکثر را می‌توان با استفاده از قضیه انتقال توان حداکثر از تئوری مدار بدست آورد. همانطور که نشان دادیم گشتاور الکترومغناطیسی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_e = \frac{1}{2\pi n_s}\frac{R_r I_2^2}{s}$$

با توجه به رابطه فوق گشتاور وقتی حداکثر است که $\frac{R_r I_2^2}{s}$ حداکثر باشد .یعنی وقتی که قدرت تحویلی به $\frac{R_r}{s}$ حداکثر باشد. با اعمال این قضیه به شکل صفحه 274 بیم بهارا توان جذب شده توسط $\frac{R_r}{s}$ وقتی حداکثر است که $\frac{R_r}{s}$ مساوی مقدار مقاومت ظاهری دیده شده به وسیله $\frac{R_r}{s}$ بطرف منبع ولتاژ باشد. یعنی وقتی که:

$$\frac{R_r'}{s_{mT}} = \sqrt{R_e^2 + (X_e + X_r')^2} = \sqrt{R_s^2 + (X_s + X_r')^2}$$

بنابراین لغزشی که در آن گشتاور حداکثر اتفاق می‌افتد برابر است با:

$$s_{mT} = \pm\frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + (X_s + X_r')^2}}$$

لغزش مثبت برای حالت موتوری و لغزش منفی برای حالت ژنراتوری است. با قرار دادن این رابطه در رابطه گشتاور، حداکثر گشتاور داخلی برابر است با:

$$T_e = \frac{3}{2\omega_s} \frac{V_1^{\,2}}{\sqrt{R_s^{\,2} + (X_s + X'_r)^2} + R_s}$$

این گشتاور برای حالت موتوری است در حالت ژنراتوری داریم:

$$T_e = -\frac{3}{2\omega_s} \frac{V_1^{\,2}}{\sqrt{R_s^{\,2} + (X_s + X'_r)^2} - R_s}$$

اگر در گشتاور T_e لغزش s و در گشتاور ماکزیمم $T_{\max}$ لغزش $s_{\max}$ باشد و از مقاومت استاتور صرفنظر کنیم آنگاه می‌توان گشتاور موتور القایی را بر حسب گشتاور ماکزیمم به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{T_e}{T_{\max}} = \frac{2}{\frac{s_{\max}}{s} + \frac{s}{s_{\max}}}$$