بسمه تعالی

فیزیک مکانیک (جلسه اول)

کمیت ها:

$\vec{a}$ بردار a

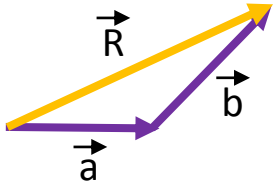
اندازه بردار a

$|\vec{a}| = a = ۲۰cm$

۱. کمیت های اسکالر (عددی): از قانون جمع جبری تبعیت می‌کنند.
۲. کمیت های برداری: از قانون جمع برداری تبعیت می‌کنند.

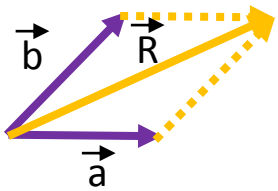
جمع برداری با کمک رسم برداری:

الف) روش مثلثی: در این روش ابتدا یکی از دو بردار را رسم می‌کنیم و سپس از انتهای بردار اول شروع به رسم بردار دوم می نمائیم و برای رسم بردار برآیند ابتدای بردار اول را به انتهای بردار دوم متصل می کنیم.



$\vec{a} + \vec{b} = \vec{R}$

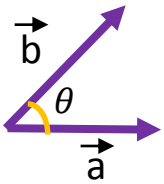
ب) روش متوازی الاضلاع: در این روش ابتدا یکی از دو بردار را رسم نموده و سپس بردار دوم را نیز از ابتدای بردار اول رسم می کنیم و سپس به موازات بردار اول از انتهای بردار دوم به شکل نقطه چین برداری رسم می کنیم و بعد از آن به موازات بردار دوم از انتهای بردار اول بردار دیگری به شکل نقطه چین رسم می نمائیم. حاصل شکلی شبیه به متوازی الاضلاع می شود که برای رسم بردار برآیند کافی است محل برخورد ابتدای دو بردار اولیه را به محل برخورد دو بردار نقطه چین متصل نمائیم.



$\vec{a} + \vec{b} = \vec{R}$

محاسبه‌ی بردار برآیند:

$|R| = \sqrt{a^۲ + b^۲ + ۲ab\cos\theta}$



حالت های خاص برای زوایای ۰ و ۹۰ و ۱۸۰ درجه

$\theta = ۰ \Rightarrow R = \sqrt{a^۲ + b^۲ + ۲ab\cos ۰} = \sqrt{a^۲ + b^۲ + ۲ab} = \sqrt{(a+b)^۲} = a + b$

$\theta = ۹۰ \Rightarrow R = \sqrt{a^۲ + b^۲ + ۲ab\cos ۹۰} = \sqrt{a^۲ + b^۲}$

$\theta = ۱۸۰ \Rightarrow R = \sqrt{a^۲ + b^۲ + ۲ab\cos ۱۸۰} = \sqrt{a^۲ + b^۲ - ۲ab} = \sqrt{(a-b)^۲} = a - b$

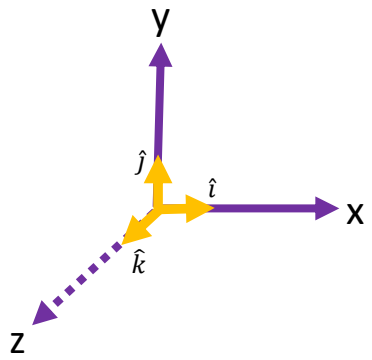
مثال: بردار $\vec{a}$ برابر ۳ واحد و بردار $\vec{b}$ برابر ۴ واحد است. اگر زاویه بین این دو بردار ۶۰ درجه باشد بردار برآیند را محاسبه نمائید.

$$R = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲ + ۲ \times ۳ \times ۴ \times \frac{۱}{۲}} = \sqrt{۳۷} \simeq ۶N$$

مثال: دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داده شده‌اند اگر بزرگی بردار $\vec{a}$ ۵ واحد و بزرگی بردار $\vec{b}$ ۸ واحد باشد و دو بردار زاویه ۹۰ درجه بسازند برآیند دو بردار را محاسبه کنید.

$$\theta = ۹۰ \Rightarrow R = \sqrt{a^۲ + b^۲ + ۲ab\cos ۹۰} = \sqrt{a^۲ + b^۲} = \sqrt{۵^۲ + ۸^۲} = \sqrt{۸۹} \simeq ۹N$$

بردارهای یکانی (واحد مختصات):



کوئیز: برآیند بردارهای زیر را محاسبه نمائید.

۱. $\vec{a}=۸\hat{i}$, $\vec{b}=۶\hat{j}$

در این حالت چون اندازه بردارها برحسب بردار یکه داده شده پس راستای آنها نیز در راستای محورهای yوx می باشد و نتیجه اینکه زاویه بین دو بردار ۹۰ درجه می‌باشد.

$$\theta = ۹۰ \Rightarrow R = \sqrt{a^۲ + b^۲ + ۲ab\cos ۹۰} = \sqrt{a^۲ + b^۲} = \sqrt{۸^۲ + ۶^۲} = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰N$$

۲. $\vec{a}=۳\hat{a}$, $\vec{b}=۴\hat{b}$, $\theta = ۶۰$

$$R = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲ + ۲ \times ۳ \times ۴ \times \frac{۱}{۲}} = \sqrt{۳۷} \simeq ۶N$$

بسمه تعالی

فیزیک مکانیک (جلسه دوم)

جدول کمیت‌های اصلی SI

کمیت	نام واحد	نماد
طول	متر	M
زمان	ثانیه	S
دما	کلوین	T
جریان الکتریکی	آمپر	A
جرم	کیلوگرم	kg

جدول نماد علمی

نام	نماد	معادل
دسی	d	10^{-1}
سانتی	c	10^{-2}
میلی	m	10^{-3}
میکرو	μ	10^{-6}
نانو	η	10^{-9}
کیلو	k	10^{3}
مگا	M	10^{6}

سینماتیک (حرکت شناسی): اگر متحرکی در لحظه t_1 در مکان x_1 باشد و در لحظه t_2 در مکان x_2 باشد میزان جابجایی متحرک برابر است با:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

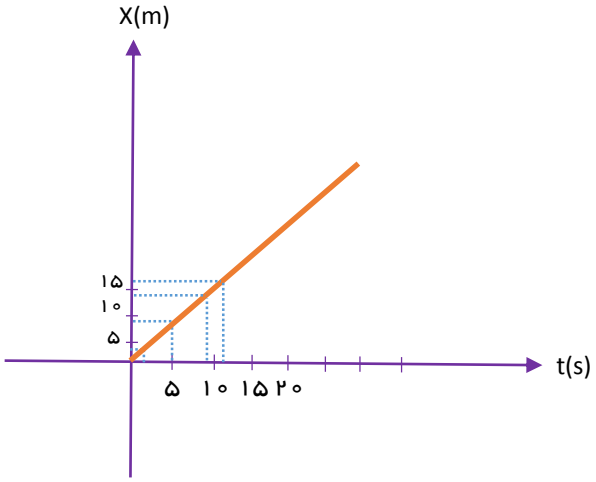
مثال:دوچرخه سواری در ساعت ۱۰ صبح در خیابان انقلاب به طرف میدان آزادی و در ۲ کیلومتری میدان انقلاب قرار دارد اگر در ساعت ۱۰:۳۰ صبح در خیابان انقلاب و به طرف آزادی و ۰/۷ کیلومتری میدان انقلاب باشد جابجایی او را محاسبه کنید.

$$x_1 = 2\,, x_2 = 0.7 \;\rightarrow\; \Delta x = x_2 - x_1 = 0.7 - 2 = -1.3$$

نمودار مکان زمان:

$$x = f(t)$$

مثال: اتومبیلی در یک جاده نسبت به یک مبدا در لحظات ۱۱،۸،۵،۲ ثانیه به ترتیب در نقاط ۱۹،۱۳،۷،۱ می‌باشد. نمودار مکان زمان آن را رسم کنید.



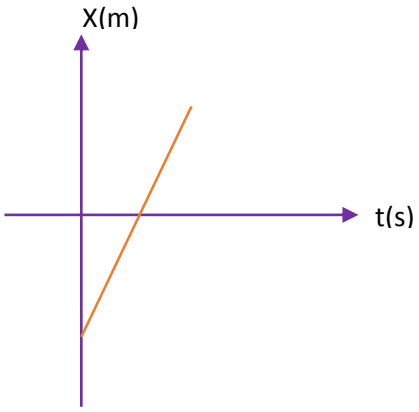
حرکت مستقیم الخط با سرعت ثابت:

مکان ثانویه — سرعت ثابت — مکان اولیه

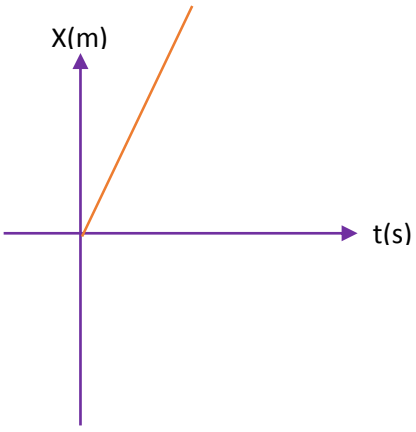
$$x \propto t \Rightarrow x = vt + x_0$$

مثال: نمودار مکان زمان متحرکی که معادله مکان زمان آن بصورت زیر است را رسم کنید.

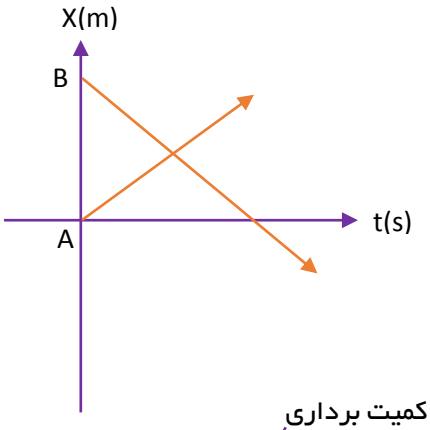
$1.\ x = 3t - 4$



$2.\ x = 2t$



مثال: فاصله بین دوشهر A و B برابر با ۲۱۰ کیلومتر است. ۲ اتومبیل یکی از شهر A با سرعت ۴۵ کیلومتر بر ساعت و دیگری از شهر B با سعرت ۶۰ کیلومتر بر ساعت همزمان به طرف یکدیگر حرکت می کنند. نمودار مکان زمان اتومبیل را رسم کنید و از روی آن لحظه رسیدن ۲ اتومبیل به یکدیگر را محاسبه نمائید.



$$1.\ x_a = 45t$$

$$2.\ x_b = -60t + 210$$

$$x_a = x_b \Longrightarrow$$

$$45t = -60t + 210 \Rightarrow$$

$$105t = 210 \Longrightarrow t = 2h$$

کمیت برداری

سرعت متوسط $\bar{v} = \frac{\text{نمودار تغییر مکان}}{\text{زمان}}$

کمیت عددی

$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{\text{زمان}}$

در حرکت یکنواخت سرعت متوسط با تندی برابر است. $\bar{v} = v$

مثال: دونده‌ای محیط یک دایره به طول ۳۰۰ متر را در مدت۱۲/۵ ثانیه پیوده است. مطلوبست:

الف. تندی

$$\text{تندی} = \frac{300}{12.5} = 24\ \frac{m}{s}$$

ب.سرعت متوسط

$$\bar{v} = \frac{300 - 300}{12.5} = 0\ \frac{m}{s}$$

مثال: معادله حرکت متحرکی $x = t^3 - 4t^2 + t + 10$ می‌باشد. سرعت متوسط متحرک را در ۵ ثانیه اول محاسبه کنید.

$$t_0 = 0s \Rightarrow x_0 = 10m\ , t_2 = 5s \Rightarrow x_1 = 40m$$

$$\bar{v} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{40 - 10}{5 - 0} = 6\frac{m}{s}$$

تمرین: سرعت متوسط خود را در ۲ حالت زیر با هم مقایسه کنید.

الف) در امتداد یک مسیر مستقیم ابتدا به اندازه ۷۲ متر با سرعت ۱/۲ متر بر ثانیه قدم می زنید و بعد به اندازه ۷۲ متر با سرعت ۳متر بر ثانیه می دوید.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 72 = 1.2t + 0 \Rightarrow t = 60s$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 72 = 3t + 0 \Rightarrow t = 24s$$

$$\bar{v} = \frac{\text{نمودار تغییر مکان}}{\text{زمان}} = \frac{72 + 72}{60 + 24} = \frac{144}{84} \simeq 1.7\frac{m}{s}$$

ب) ابتدا در مسیر مستقیم به مدت یک دقیقه با سرعت ۱/۲ متر بر ثانیه قدم می‌زنید و سپس به مدت یک دقیقه با سرعت ۳ متر بر ثانیه می دوید.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 1.2 \times 60 + 0 \Rightarrow x = 72m$$

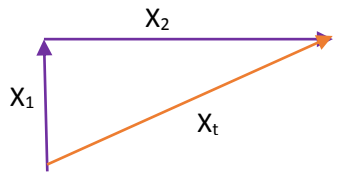
$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 3 \times 60 + 0 \Rightarrow x = 180m$$

$$\bar{v} = \frac{\text{نمودار تغییر مکان}}{\text{زمان}} = \frac{72 + 180}{60 + 60} = \frac{252}{120} = 2.1\frac{m}{s}$$

تمرین: اتومبیلی با سرعت ثابت ۶۰ کیلومتر بر ساعت در حرکت است این اتومبیل به مدت ۱۰ دقیقه به طرف شمال و ۲۰ دقیقه به طرف شرق در حرکت است. سرعت متوسط آن را محاسبه کنید.

$$x_1 = vt_1 + x_0 = 60 \times \frac{10}{60} = 10km$$

$$x_2 = vt_2 + x_0 = 60 \times \frac{20}{60} = 20km$$



$$x_t = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2\cos 90} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{100 + 400} = \sqrt{500} \simeq 22km$$

$$\bar{v} = \frac{x_t}{t} = \frac{22}{0.5} = 44\frac{km}{h}$$

جزوه فیزیک مکانیک – جلسه سوم

مثال: معادله حرکت جسمی در SI بصورت $x=t^3-3t^2+2$ مطلوبست تعیین سرعت متوسط:

الف– در ۳ ثانیه اول

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{2-2}{3-0} = 0\frac{m}{s}$$

ب– در ۳ ثانیه دوم

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{110-2}{6-3} = \frac{108}{3} = 36\frac{m}{s}$$

حرکت جسم با شتاب ثابت:

تعریف شتاب متوسط

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

1. $v = at + v_0$ معادله سرعت زمان

2. $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ معادله مکان–زمان با شتاب ثابت

3. $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ معادله مستقل از زمان

مثال: جسمی با سرعت اولیه ۱۰ متر بر ثانیه با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه شروع به حرکت می کند.

الف. سرعت جسم در پایان ثانیه هشتم

$$v = at + v_0 \rightarrow v = 2 \times 8 + 10 = 26\frac{m}{s}$$

ب– چه مسافتی را در این مدت طی کرده

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2} \times 2 \times 64 + 10 \times 8 + 0 = 64 + 80 = 144m$$

ج–سرعت جسم پس از طی مسافت ۳۹۰ متر

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow \ v^2 = 2 \times 2 \times 39 + 100 = 156 + 100 = 256 \rightarrow v = 16\frac{m}{s}$$

مثال: اتومبیلی از حالت سکون شروع به حرکت می کند و پس ۱۰ ثانیه سرعت به ۱۲ متر بر ثانیه می رسد. مطلوبست:

الف– شتاب حرکت

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12-0}{10} = 1.2\frac{m}{s^2}$$

ب- اگر با همین شتاب به حرکت ادامه دهید سرعت آن پس از ۱۵ ثانیه چقدر است؟

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 1.2 = \frac{v_2 - 0}{15} \rightarrow v_2 = 18\frac{m}{s}$$

مثال: سرعت اتومبیلی در مدت زمان ۱.۵ ثانیه از ۱۰ متر بر ثانیه به ۱۵ متر بر ثانیه می رسد.مطلوبست:

الف- شتاب حرکت

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \frac{15 - 10}{1.5} = \frac{5}{1.5}\frac{m}{s^2}$$

ب- در این مدت چه مسافتی را پیموده است؟

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{1.5} \times (1.5)^2 + 10 \times 1.5 + 0 = 64 + 0 = 18.7m$$

ج- با همان شتاب چقدر طول می کشد تا سرعت اتومبیل از ۱۵ متر بر ثانیه به ۱۸ متر بر ثانیه برسد.

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \frac{5}{1.5} = \frac{3}{\Delta t} \rightarrow \Delta t \approx 0.9s$$

تمرین: اتومبیلی از حالت سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می کند و پس از ده ثانیه سرعتش به ۸ متر بر ثانیه می رسد. مدتی با سرعت ثابت حرکت می کند سپس ترمز می کند. پس از ترمز کردن مسافت ۶۴ متر را می پیماید و نهایتا متوقف می شود. اگر کل مسافت از لحظه حرکت تا توقف ۵۸۴ متر باشد محاسبه کنید:

الف- شتاب تندشوند (مرحله اول) و مسافتی که در این مدت پیموده

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \frac{8}{10} = 0.8\ \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 100 + 0 \times 10 + 0 = 40m$$

ب- شتاب کند شونده (مرحله دوم) و مدت زمانی را که سرعت آن به صفر رسیده

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - 64 = 2 \times a \times 64 \rightarrow a = -0.5\frac{m}{s^2}$$

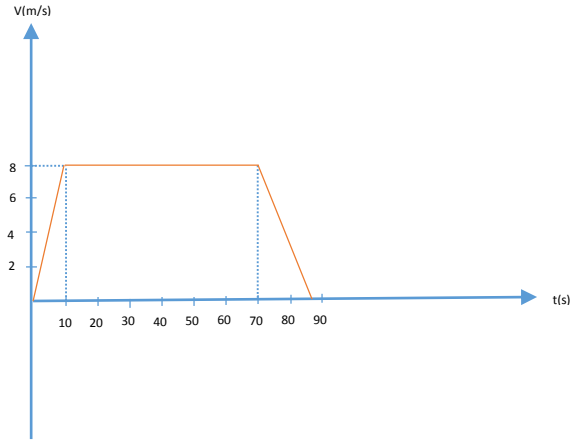
$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{0 - 8}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = 16s$$

کل زمان حرکت

$$x = vt + x_0 \rightarrow 584 = 8 \times t_2 + 40 \rightarrow t_2 = 60s$$

$$\Delta t = t_1 + t_2 + t_3 \rightarrow \Delta t = 10 + 60 + 16 = 86s$$

د– رسم نمودار سرعت زمان



تمرین: اتومبیلی با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه در حرکت است. راننده ترمز می کند و پس از ۶ ثانیه متوقف می گردد.

الف– شتاب حرکت را حساب کنید.

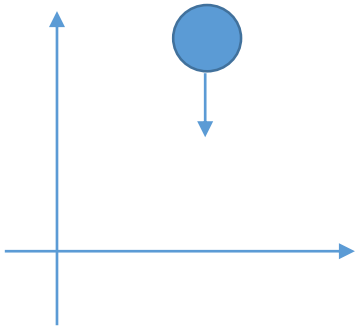
$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{0 - 30}{6} = -5\frac{m}{s^2}$$

ب– اگر اتومبیل با سرعت ۴۰ متر بر ثانیه در حرکت بود و با همان شتاب حرکت می کرد چه مدت طول می کشید تا اتومبیل متوقف شود؟

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow -5 = \frac{0 - 40}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = 8s$$

بسمه تعالی

فیزیک مکانیک (جلسه چهارم)



$$a = -4 = -9.8\frac{m}{s^2}$$

معادلات افتادن حرکت اجسام:

$$1.\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0$$

$$2.\ v = v_0 - gt$$

$$3.\ v^2 - v_0^2 = -2g(y - y_0)$$

مثال: سنگی از ارتفاع ۴۴.۱ متر نسبت به سطح زمین رها می شود.

الف) چه مدت طول می کشد تا به سطح زمین برسد؟

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 + 44.1 \rightarrow t^2 = \frac{-44.1 \times 2}{-9.8} = \frac{88.2}{9.8} = 9 \rightarrow t = 3s$$

ب) سرعت آن هنگام برخورد با زمین چقدر است؟

$$v = v_0 - gt \rightarrow v = -9.8 \times 3 = 29.4\frac{m}{s}$$

فرمول های زمان اوج و ارتفاع اوج:

$$T_O = \frac{v_0}{g}$$

$$H_O = \frac{v_0^2}{2g}$$

مثال: جسمی با سرعت ۱۹.۶ متر بر ثانیه به طرف بالا پرتاب می شود محاسبه کنید تا چه ارتفاعی بالا می رود؟ زمان بالا رفتن را نیز بدست آورید.

$$T_O = \frac{v_0}{g} = \frac{19.6}{9.8} = 2s$$

$$H_O = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(19.6)^2}{(19.6)} = 19.6m$$

مثال: بالونی با سرعت ثابت ۹.۸ متر بر ثانیه در حال صعود است. هنگامی که بالون در فاصله ۳۰.۹ متری از زمین قرار دارد گلوله ای با سرعت ۱۹.۶ متر بر ثانیه نسبت به بالون به طرف بالا پرتاب می شود. این گلوله تا چه ارتفاعی بالا می رود؟

سرعت نسبی $v = v_{\text{بالون}} + v_{\text{گلوله}} = 19.6 + 9.8 = 29.4\frac{m}{s}$

$$H_O = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(29.4)^2}{2 \times 9.8} = 44.1m$$

$$H_T = 44.1 + 30.9 = 75m$$

مثال: بالونی با سرعت ۳ متر بر ثانیه به طرف بالا در حرکت است. برای کاهش وزن بالون طناب یکی از کیسه های شن را که به بالون متصل است پاره می کنند. پس از ۲ ثانیه کیسه به زمین می رسد.

الف) هنگام رها شدن کیسه بالون در چه ارتفاعی نسبت به زمین بوده است؟

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times 4 + (-3 \times 2) + y_0 \rightarrow y_0 = \frac{9.8 \times 4}{2} + 6 = 25.6m$$

ب) ۰.۲۵ ثانیه پس از جداشدن کیسه، کیسه شن در چه ارتفاعی از زمین بوده است؟

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \rightarrow y = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.25)^2 + (-3 \times 2) + 25.6 \rightarrow y \quad = 24.6m$$

بسمه تعالی

فیزیک مکانیک (جلسه پنجم)

قانون اول نیوتن (قانون لختی یا اینرسی):

هر جسمی حالت سکون یا حرکت راست و مستقیم الخط خود را ادامه می دهد (حفظ حالت اینرسی سکون یا اینرسی حرکتی) مگر آنکه نیرو یا نیروهایی بر آن اثر کند.

$$F = ma \text{ یا } a = \frac{F}{m}$$

مثال: جسمی به جرم ۲ کیلوگرم روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد. اگر نیرویی برابر ۳ نیوتن بر جسم اثر کند محاسبه کنید این جسم در مدت ۱۰ ثانیه چه مسافتی را طی می کند؟

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3}{۲} = 1.5\frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 100 + 0 + 0 = 75m$$

مثال: اگر نیروی F به جسم $m_1=3kg$ وارد شود به آن شتابی برابر $a_1=5\frac{m}{s^2}$ می دهد. اگر F به جسم دیگری به جرم $m_1=7kg$ وارد شود شتاب آن چقدر می شود؟

$m_1a_1=m_2a_2 \rightarrow a_2 = \frac{m_1a_1}{m_2} = \frac{3\times5}{7} = 2.14\frac{m}{s^2}$

مثال: جسمی به جرم ۱۰ کیلوگرم با سرعت ثابت ۱ متر بر ثانیه در حال حرکت است. نیرویی به جسم وارد می شود و در مدت ۱۰ ثانیه جسم را متوقف می کند. محاسبه کنید:

الف) نیرویی بر جسم اثر کرده است.

$$a = \frac{v - v_0}{t} = -0.1\frac{m}{s^2}$$

$F = ma = 10 \times -0.1 = -1N$ نیروی بازدارنده

ب) مسافتی که جسم بعد از وارد شدن نیرو تا لحظه توقف طی می کند.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times -0.1 \times 100 + 1 \times 10 = -5 + 10 = 5m$$

جرم و وزن:

$W = mg$ وزن

حاصلضرب شتاب ناشی از گرانش در جرم جسم وزن نامیده می شود.

برخلاف جرم که خاصیت ذاتی اجسام است وزن آنها به موقعیتشان نسبت به مرکز زمین بستگی دارد.

مثال: وزن فضانوردی به جرم ۷۵ کیلوگرم روی سطح کره ماه که شتاب گرانش $\frac{1}{6}g$ می باشد چقدر است؟

$$w = mg = 75 \times 9.8 \times \frac{1}{6} = 75 \times 1.63 = 122.45N$$

مثال: جسمی در یک شهر که در آنجا g=9.805 متر بر مجذور ثانیه است ۴۹.۰۲۵ نیوتن وزن دارد اگر این جسم در دامنه کوهی ۴۸.۹۷۵ نیوتن وزن داشته باشد شتاب ناشی از پرانش را در دامنه کوه محاسبه کنید.

$W_1=mg_1 \rightarrow m=5Kg$

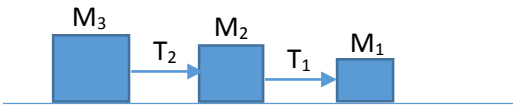
$$W_2 = mg_2 \rightarrow \ g_2 = \frac{48.975}{5} = 9.795\frac{m}{s^2}$$

مثال: ۳ جرم $m_1=3kg$ و $m_2=4kg$ و $m_3=5kg$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی به وسیله ریسمان بدون وزنی به یکدیگر متصل اند نیروی افقی F=24N جرم m_1 را به سمت راست می کشد. محاسبه کنید:

الف) شتاب دستگاه

$$\Sigma F = ma \rightarrow a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{24}{3+4+5} = 2\frac{m}{s^2}$$

ب) نیروی کشش نخ T_1 و T_2 را محاسبه کنید.



$$T_1 = (m_1 + m_3)a = 9 \times 2 = 18N$$

$$T_2 = (m_3)a = 5 \times 2 = 10N$$

مثال: جسمی تحت تأثیر یک نیروی ۲ نیوتنی در مدت ۳ ثانیه مسافت ۶ متر را طی می کند. جرم جسم را تعیین کنید.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2} \times a \times 9 + 0 + 0 = 6 \rightarrow a = \frac{4}{3}\frac{m}{s^2}$$

$$F = ma \rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{2}{\frac{1}{4}{3}} = 1.5Kg$$

بسمه تعالی

فیزیک مکانیک (جلسه ششم)

اندازه حرکت:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

مثال: جسمی را به جرم ۵ کیلوگرم از ارتفاع ۷۸/۴ متر نسبت به زمین رها می شود. اندازه حرکت جسم را در پایان ثانیه اول حرکت و هنگام برخورد با زمین حساب کنید.

$$v = v_0 - gt \rightarrow v = 0 - 9.8 \rightarrow v = -9.8\frac{m}{s}$$

$$p_1 = m_1 v_1 = 5 \times -9.8 = -49\frac{kgm}{s}$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 \rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 + 0 + 78.4 \rightarrow t^2 = \frac{78.4}{4.9} = 16 \rightarrow t = 4s$$

$$v = v_0 - gt \rightarrow v = 0 - 9.8 \times 4 \rightarrow v_4 = -39.2\frac{m}{s}$$

$$p = mv \rightarrow p = 5 \times -39.2 = -196\frac{kgm}{s}$$

مثال: دو گلوله با جرم های m_1=1.5 کیلوگرم و m_2=3 کیلوگرم با سرعت های v_1=6 متر بر ثانیه و V_2=4 متر بر ثانیه روی یک سطح افقی در حرکتند. اگر راستای گلوله ها با یکدیگر زاویه ۹۰° تشکیل دهند مجموع اندازه حرکت این گلوله ها را حساب کنید.

$$p_1 = m_1 v_1 = 1.5 \times 6 = 9$$

$$p_2 = m_2 v_2 = 4 \times 2 = 12$$

$$|\vec{p}| = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15\frac{kgm}{s}$$

تغییرات اندازه حرکت:

$$\Delta P = p_2 - p_1 = mv_2 - mv_1 = m(v_2 - v_1) = m\Delta v$$

مثال: توپی به جرم ۰/۴ کیلوگرم با سرعت ۶ متر بر ثانیه در امتداد عمود بر دیواری به آن برخورد کرده و با سرعت ۶ متر بر ثانیه از دیوار دور می شود. تغییرات اندازه حرکت توپ را محاسبه کنید.

$$\Delta p = m\Delta v = 0.4\big(6 - (-6)\big) = 0.4(6 + 6) = 4.8\frac{kgm}{s}$$

مثال: ارابه ای به جرم $m_1=2$ کیلوگرم روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد. طناب بدون وزنی به آن متصل است و از قرقره بدون اصطکاکی می گذرد. به انتهای دیگر طناب وزنه ای به جرم $m_2=250$ گرم متصل است.

الف) شتاب حرکت را محاسبه کنید.

$$\sum f = ma \rightarrow w = ma \rightarrow mg = (m_1 + m_2)a \rightarrow 2.5 = 2.25a \rightarrow a = \frac{2.5}{2.25} = 1.11\,\frac{m}{s^2}$$

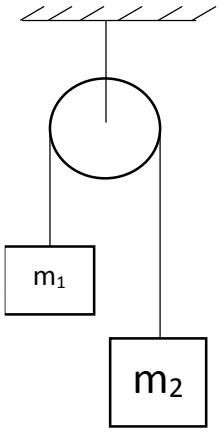
ب) سرعت ارابه را ۹ ثانیه بعد از شروع حرکت بدست آورید.

$$v = at + v_0 \rightarrow v = 1.11 \times 9 + 0 \rightarrow v = 9.99 \approx 10\,\frac{m}{s}$$

ج) اندازه حرکت دستگاه بعد از ۹ ثانیه چقدر است؟

$$p = m\Delta v \rightarrow p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{(2 \times 10)^2 + (0.25 \times 10)^2} = \sqrt{406.25} \approx 20.15\,\frac{kgm}{s}$$

مثال: در شکل روبرو جرم نخ و اصطکاک ناچیز است. با فرض $m1=250$ گرم و $m_2=350$ گرم است.



الف) شتاب دستگاه را تعیین کنید.

$$\sum f = ma \rightarrow m_1 g - m_2 g = 3.5 - 2.5 = 1N$$

$$1 = (0.25 + 0.35) \times a \rightarrow a = \frac{1}{0.6} = \frac{5}{3}\,\frac{m}{s^2}$$

ب) اندازه حرکت سیستم بعد از ۳ ثانیه چقدر است؟

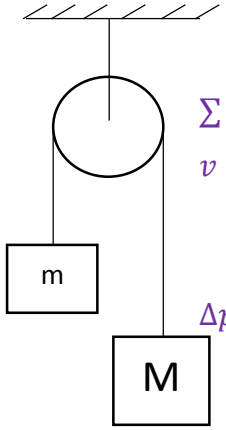
$$v = v_{0+}at \rightarrow (-v) = \frac{5}{3} \times 3 = 5 \rightarrow v = -5\,\frac{m}{s}$$

$$\Delta p = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (0.25 \times 5) + (0.35 \times -5) = -0.5\,\frac{kgm}{s}$$

مثال: اتومبیلی به وزن ۷۳۵۰ نیوتن با سرعت ۶ کیلومتر بر ساعت در حرکت است اگر سرعت آن به ۴۲ کیلومتر بر ساعت برسد تغییرات اندازه حرکت را محاسبه کنید.

$$\Delta p = m\Delta v = 735\left(\frac{42 - 6}{3.6}\right) = 7350\,\frac{kgm}{s}$$

تمرین: در شکل مقابل m=2 کیلوگرم و M=2/2 کیلوگرم و وزن قرقره و طناب ناچیز است شتاب دستگاه و اندازه حرکت آن را پس از ۳ ثانیه محاسبه کنید.



$$\sum f = ma, \sum f = Mg - mg \rightarrow (M - m)g = (M + m)a \rightarrow a = \frac{(M-m)g}{M+m} = \frac{10}{21}\,\frac{m}{s^2}$$

$$v = v_{0+}at \rightarrow v = \frac{10}{21} \times 3 = \frac{10}{7}\,\frac{m}{s}$$

$$\Delta p = Mv_1 + mv_2 = \left(2 \times \frac{10}{7}\right) + \left(2.2 \times -\frac{10}{7}\right) = \frac{20}{7} - \frac{22}{7} = -\frac{2}{7}\,\frac{kgm}{s}$$

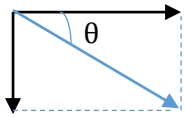
بسمه تعالی

فیزیک مکانیک (جلسه هفتم)

ترکیب نیروها:

می دانیم که نیرو طبق رابطه $\sum f = ma$ تعریف می شود. یعنی F دارای جهتی است که شتاب a دارا می باشد. اگر نیروها در امتداد یکی از محورها باشد براحتی مسائل حل می شوند اما در غیر اینصورت باید از برآیند نیروها کمک گرفت.

مثال: جسمی به جرم ۲/۵ کیلوگرم تحت تاثیر دو نیروی $F_1 = 3N$ به طرف جنوب (راستای منفی محور عمودی) و $F_2 = 4N$ به طرف شرق (راستای مثبت محور افقی) قرار گرفته است. شتاب حرکت و جهت آن را تعیین نمائید.



$$\sum f = ma \rightarrow \sqrt{9+16} = 2.5a \rightarrow a = \frac{5}{2.5} = 2\frac{m}{s^2}$$

$$\tan\theta = \frac{f_1}{f_2} = \frac{-3}{4} \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right) \approx -37°$$

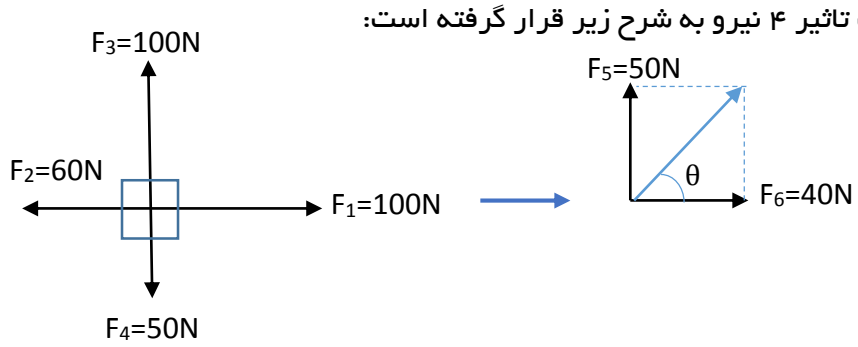
مثال: جسمی به جرم ۸ کیلوگرم تحت تاثیر ۴ نیرو به شرح زیر قرار گرفته است:

F_1=100N به طرف شرق

F_2=60N به طرف غرب

F_3=100N به طرف شمال

F_4=50N به طرف جنوب

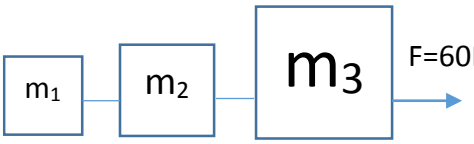


تعیین کنید جسم با چه شتابی حرکت می کند. زاویه آن نسبت به محور افقی چند درجه است؟

$$\sum f = ma \rightarrow \sqrt{2500+1600} = \sqrt{4100} \approx 64N = 8a \rightarrow a = 8\frac{m}{s^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{5}{4} \approx 51°$$

مثال: سه جسم m_1=1kg، m_2=20kg، m_3=30kg روی میز افقی بدون اصطکاکی توسط نخی به هم وصل شده اند و توسط یک نیروی ۶۰ نیوتنی به سمت راست کشیده می شوند.



الف) شتاب حرکت را محاسبه کنید.

$$\sum f = ma \rightarrow 60 = (30+20+10)a \rightarrow a = 1\frac{m}{s^2}$$

ب) نیروی کشش نخی که به جسم m_1 متصل است یعنی T_2 را بدست آورید.

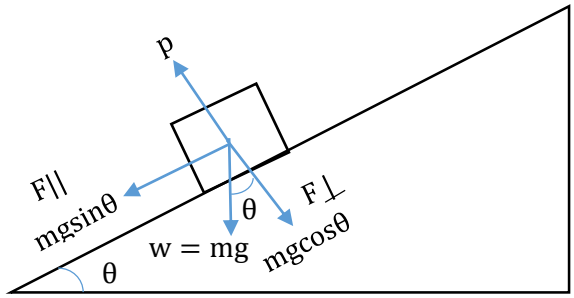
$$T_1 = m_1 a = 10 \times 1 = 10N$$

ج) نیروی کشش نخی که به جسم m_2 وارد می شود یعنی T_2 را بدست آورید.

$$T_2 = (m_1+m_2)a = 30N$$

سطح شیبدار:

فرض کنید جسمی به جرم m روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی که با سطح افق زاویه θ تشکیل می دهد قرار دارد با استفاده از قانون دوم نیوتن و با توجه به اینکه نیروی وزن $(W = mg)$ جهتش همواره به طرف مرکز زمین است شتاب جسم را به دست می آوریم.



$$\cos\theta = \frac{F\perp}{W} \rightarrow F\perp = W\cos\theta = mg\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{F||}{W} \rightarrow F|| = W\sin\theta = mg\sin\theta$$

$$\sum f = ma \rightarrow mg\sin\theta = ma \rightarrow a = g\sin\theta$$

مثال: جعبه ای به جرم ۱۰ کیلوگرم روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی به طول ۴ متر قراردارد. اگر ارتفاع سطح شیبدار ۱ متر باشد. تعیین کنید در مدت ۰.۵۴ ثانیه جعبه چه مسافتی را روی سطح شیدار طی می کند؟

$$\sin\theta = \frac{1}{4}$$

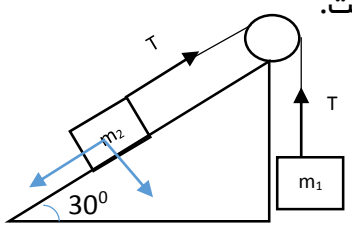
$$a = g\sin\theta = 10 \times \frac{1}{4} = 2.5\frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2.5 \times \frac{1}{4} = \frac{2.5}{8} = 0.3125m$$

بسمه تعالی

فیزیک مکانیک (جلسه هشتم)

مثال: در شکل روبرو $m_1=3kg$ و $m_2=2/5\ kg$ و اصطکاک سطح و قرقره ناچیز است.



الف) شتاب دستگاه را محاسبه کنید.

$$\sum f = ma \rightarrow m_1 g - m_2 g sin\theta = (m_1 + m_2)a \rightarrow$$

$$a = \frac{m_1 g - m_2 g sin\theta}{m_1 + m_2} = \frac{3\times10 - 2.5\times10\times\frac{1}{2}}{3+2.5} = \frac{30-12.5}{5.5} = \frac{17.5}{5.5} = 3.1\frac{m}{s^2}$$

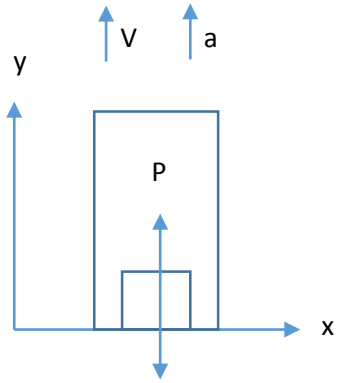
ب) نیروی کشش نخ یعنی T را محاسبه نمائید.

$$\sum f = ma \rightarrow T - m_2 g sin\theta = m_2 a \rightarrow T = m_2 a + m_2 g sin\theta \rightarrow T = 2.5 \times 3.1 + 2.5 \times 20 \times \frac{1}{2}$$

$$T = 20.25N$$

آسانسور:

مسافری به جرم m را در نظر می گیریم که کف آسانسوری ایستاده و می خواهیم نیرویی را که مسافر در هریک از حالات زیر بر کف آسانسور وارد می کند را حساب کنیم. در تمامی حالات محور را به طرف بالا اختیار می کنیم. بنابراین w=mg به طرف پایین است.(P وزن ظاهری است)



الف) آسانسور با شتاب تندشونده به سمت بالا حرکت می کند.

$$\sum f = ma \rightarrow P - mg = ma \rightarrow p = ma + mg \rightarrow$$

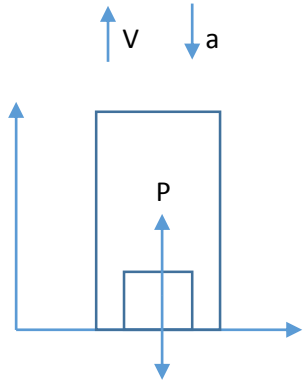
$$P = m(a + g)$$

$$P > W$$

مثال: اگر شخصی به جرم ۶۰ کیلوگرم سوار آسانسوری ود که شتاب آن ۲ متر بر مجذور ثانیه است وزن ظاهری این مسافر چند نیوتن می شود؟

$$P = m(a + g) = 60(2 + 10) = 720N$$

ب) آسانسور با شتاب کندشونده به سمت بالا حرکت می کند.

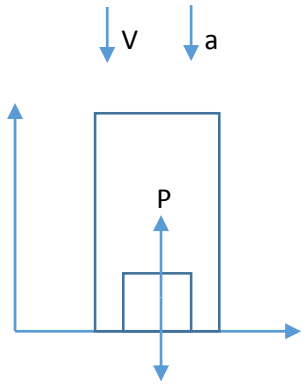


$$\sum f = ma \rightarrow P - mg = -ma \rightarrow p = mg - ma \rightarrow$$

$$P = m(g - a)$$

$$P < W$$

ج) آسانسور با شتاب تندشونده به سمت پایین حرکت می کند.

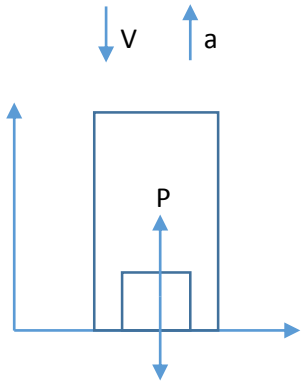


$$\sum f = ma \rightarrow P - mg = -ma \rightarrow p = mg - ma \rightarrow$$

$$P = m(g - a)$$

$$P < W$$

د) آسانسور با شتاب کندشونده به سمت پائین حرکت کند.



$$\sum f = ma \rightarrow P - mg = ma \rightarrow p = ma + mg \rightarrow$$

$$P = m(a + g)$$

$$P > W$$

مثال: آسانسوری با شتاب ثابت ۱۰ متر بر مجذور ثانیه الف) به طرف بالا ب) به طرف پائین حرکت می کند. وزن ظاهری شخصی به جرم ۷۵ کیلوگرم را در دوحالت فوق محاسبه کنید.

الف) $p = m(a + g) = 75(10 + 10) = 1500N$

ب) $p = m(g - a) = 75(10 - 10) = 0N$ بی وزنی کامل

مثال: آسانسوری با شتاب ث۲ متر بر مجذور ثانیه به سمت بالا در حرکت است. پس از پیمودن ۳ طبقه سرعت خود را کم میکند و با شتاب ثابت ۱ متر بر مجذور ثانیه پس از پیمودن ۲ طبقه متوقف می شود وزن ظاهری مسافری را که در این آسانسور قرار دارد در طبقه دوم پس از حرکت و طبقه چهارم پس از حرکت محاسبه کنید. (جرم مسافر ۵۰ کیلوگرم است).

وزن ظاهری در طبقه دوم $P = m(a + g) = 50(2 + 10) = 600N$

وزن ظاهری در طبقه چهارم $P = m(g - a) = 50(10 - 1) = 450N$