فصل ششم

بهره‌برداری اقتصادی از سیستم‌های قدرت

۱-۶ مقدمه

بهره‌برداری اقتصادی از یک سیستم قدرت به پارامترهای متعددی نظیر سوخت، تعمیر و نگهداری تجهیزات، هزینه‌های پرسنلی و ... بستگی دارد. در این فصل در مورد چگونگی بهره‌برداری از یک سیستم قدرت، بطریقی که همه بارها از لحاظ هزینه سوخت، با حداقل هزینه تأمین شوند بحث خواهیم کرد. در اینجا فرض بر آن است که ظرفیت تولید ژنراتورهای شبکه بیشتر از قدرت مورد نیاز بارها می‌باشد و لذا امکان تنظیم و انتخاب قدرت تولیدی هر ژنراتور وجود دارد.

تعیین قدرت تولیدی ژنراتورها بطوریکه هزینه تولید انرژی در کل سیستم حداقل باشد بحث عمده‌ای تحت عنوان "توزیع اقتصادی" (۱) بار بین ژنراتورها را مطرح می‌نماید که به آن خواهیم پرداخت.

روش‌های "پخش بار اقتصادی" (۲) باید بتوانند جوابگوی هر دو مسأله زیر باشند:

الف) توزیع اقتصادی بار بین واحدهای یک نیروگاه

ب) توزیع اقتصادی بار بین نیروگاهها

در نیروگاههای آبی با تغییر قدرت تولیدی ژنراتورها، هزینه تولید (۳) تغییر نمی‌نماید و معمولاً در بهره‌برداری بهینه از واحدهای آبی، حجم مجاز آب که در مدت زمان مشخصی باید رها گردد تعیین می‌شود. در حالیکه در نیروگاههای حرارتی افزایش قدرت تولیدی ژنراتورها نیاز به افزایش سوخت (۴) مصرفی و در نتیجه افزایش هزینه دارد. بنابراین در این فصل فقط به

1- Economic Dispatch   2- Economic Load Flow   3- Production Cost   4- Fuel

بهره‌برداری اقتصادی از نیروگاههای حرارتی می‌پردازیم. ابتدا از تلفات سیستم صرفنظر کرده و توزیع اقتصادی بار بین نیروگاهها را بدست می‌آوریم. روش‌های ارائه شده در این زمینه، کاملاً برای توزیع اقتصادی بار بین واحدهای یک نیروگاه قابل استفاده می‌باشد. سپس بهره‌برداری اقتصادی از شبکه را با توجه به تلفات سیستم مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

۶-۲ تابع هزینه

عامل اصلی در مطالعه توزیع اقتصادی بار، تابع هزینه [1] ژنراتورها می‌باشد. این تابع نشان دهنده تغییرات هزینه سوخت برحسب قدرت خروجی یک ژنراتور می‌باشد. بدیهی است که تابع هزینه فقط برای نیروگاههای حرارتی مفهوم دارد. ورودی یک نیروگاه حرارتی، میزان سوخت مصرفی در واحد زمان برحسب مگاژول بر ساعت (MJ/h) و یا مگابی‌تی‌یو بر ساعت (MBtu/h) است، و خروجی آن قدرت اکتیو تولیدی برحسب MW می‌باشد.

معمولاً هزینه‌های دیگر بصورت درصد ثابتی از هزینه سوخت در نظر گرفته و در تابع هزینه تأثیر داده می‌شوند. در شکل (۶-۱) تابع هزینه یک واحد حرارتی نشان داده شده‌است. محور افقی آن قدرت خروجی برحسب MW، و محور عمودی آن میزان سوخت مصرفی برحسب MJ/h و یا MBtu/h می‌باشند. واحدهای ژول (J) و بی‌تی‌یو (Btu) از رابطه زیر بیکدیگر قابل تبدیل هستند:

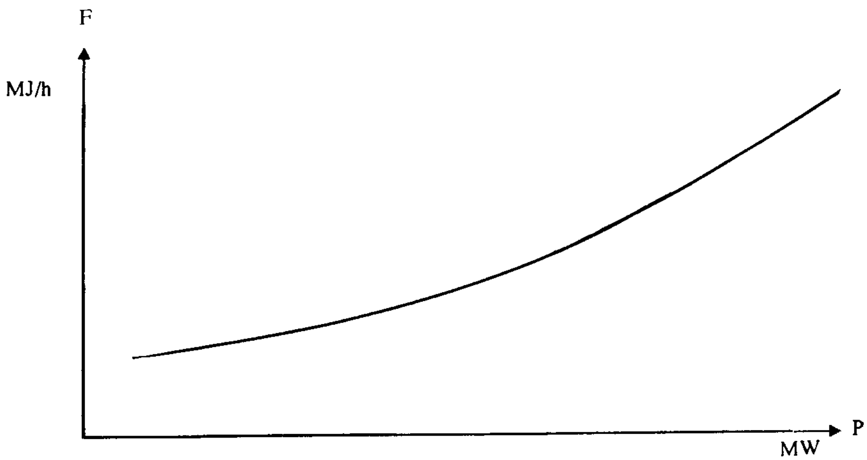
$$1\ \text{Btu} = 1054\ \text{J} \qquad (۶-۱)$$

اگر مقادیر محور عمودی را در قیمت سوخت یعنی [ریال/MJ] و یا [ریال/MBtu] ضرب کنیم، ورودی تابع هزینه برحسب ریال بر ساعت (ریال / h) بدست می‌آید. در حالت کلی منحنی هزینه سوخت برحسب قدرت خروجی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$C = \alpha + \beta P + \gamma P^2 + \eta P^3 + \dots \quad \text{ریال}/h \qquad (۶-۲)$$

با داشتن نقاط منحنی هزینه برحسب قدرت، C(P)، واستفاده از الگوریتم تخمین مینیمم مربعات می‌توانیم α و β و γ و η و ... را بدست آوریم. اگر n نقطه برای هزینه C و قدرت P معلوم باشد، J از معادله زیر برحسب α و β و γ باید مینیمم شود:

1- Cost Function



شکل ۱-۶: تابع هزینه یک واحد حرارتی

$$J=\sum_{i=1}^{n}\left[\alpha+\beta P_i+\gamma P_i^2-C_i\right]^2$$

البته در اینجا از ضرایب η و ضرائب بعدی بعلت کوچک بودن صرفنظر کرده و تابع هزینه را برحسب قدرت، یک تابع درجه ۲ فرض کرده‌ایم. برای اینکه J مینیمم شود، مشتق آن را برحسب α و β و γ برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha}=\sum_{i=1}^{n}2\left[\alpha+\beta P_i+\gamma P_i^2-C_i\right]=0$$

$$\frac{\partial J}{\partial \beta}=\sum_{i=1}^{n}2P_i\left[\alpha+\beta P_i+\gamma P_i^2-C_i\right]=0$$

$$\frac{\partial J}{\partial \gamma}=\sum_{i=1}^{n}2P_i^2\left[\alpha+\beta P_i+\gamma P_i^2-C_i\right]=0$$

این معادلات را برای α و β و γ مرتب می‌نمائیم:

$$n\alpha+\beta\sum_{i=1}^{n}P_i+\gamma\sum_{i=1}^{n}P_i^2=\sum_{i=1}^{n}C_i \qquad (۶-۳)$$

$$\alpha\sum_{i=1}^{n} P_i + \beta\sum_{i=1}^{n} P_i^2 + \gamma\sum_{i=1}^{n} P_i^3 = \sum_{i=1}^{n} P_i C_i \qquad (۶-۴)$$

$$\alpha\sum_{i=1}^{n} P_i^2 + \beta\sum_{i=1}^{n} P_i^3 + \gamma\sum_{i=1}^{n} P_i^4 = \sum_{i=1}^{n} P_i^2 C_i \qquad (۶-۵)$$

با حل سه معادله فوق α و β و γ بدست می‌آیند.

مثال ۱-۶: در یک نیروگاه حرارتی، چهار نقطه از تابع هزینه بشرح زیر می‌باشند:

P	۷۰	۷۵	۱۱۲/۵	۱۵۰	MW
C	۷۴۶۲۰	۷۹۴۳۰	۱۱۶۴۸۰	۱۵۴۷۰۰	ریال /h

معادله تابع هزینه، C(P)، را بدست آورید.

حلّ: به ازاء n=۴ مقادیر زیر را محاسبه می‌کنیم:

$\sum P_i = ۴۰۷/۵$

$\sum P_i^2 = ۴۵/۶۸ \times ۱۰^3$

$\sum P_i^3 = ۵/۵۶ \times ۱۰^6$

$\sum P_i^4 = ۷/۲۲ \times ۱۰^8$

$\sum C_i = ۴۲۵/۲ \times ۱۰^3$

$\sum P_i C_i = ۴/۷۵ \times ۱۰^3$

$\sum P_i^2 C_i = ۵/۷۶۷ \times ۱۰^9$

حال معادله زیر را برای α و β و γ تشکیل داده و آنرا حل می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} ۴ & ۴۰۷/۵ & ۴۵/۶۸\times ۱۰^{۳} \\ ۴۰۷/۵ & ۴۵/۶۸\times ۱۰^{۳} & ۵/۵۶\times ۱۰^{۶} \\ ۴۵/۶۸\times ۱۰^{۳} & ۵/۵۶\times ۱۰^{۶} & ۷/۲۲\times ۱۰^{۸} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴۲۵/۲\times ۱۰^{۳} \\ ۴/۷۵\times ۱۰^{۷} \\ ۵/۷۶۷\times ۱۰^{۹} \end{bmatrix}$$

$\alpha = ۹۰۰۰$ ریال / h

$\beta = ۹۰۷/۴$ ریال / MWh

$\gamma = ۰/۴۲۷$ ریال / $(MW)^{۲}h$

بنابراین معادله هزینه سوخت برحسب قدرت خروجی بصورت زیر خواهدبود.

$$C = ۹۰۰۰ + ۹۰۷/۴P + ۰/۴۲۷P^{۲} \text{ MWh}$$

که در آن P برحسب MW می‌باشد.

۳-۶ توزیع اقتصادی بار با صرفنظر از تلفات سیستم

فرض کنید m ژنراتور در یک نیروگاه حرارتی وجود داشته باشند و مجموعاً بار P_D را تغذیه نمایند. می‌خواهیم قدرت تولیدی هر یک از ژنراتورها ($P_{G۱}$، $P_{G۲}$، ... و P_{Gm}) را طوری تعیین کنیم که ضمن تأمین بار P_D، هزینه تولید انرژی الکتریکی در نیروگاه حداقل باشد. روشی که ارائه می‌شود برای یک سیستم قدرت با m نیروگاه حرارتی که در آن از تلفات خطوط انتقال انرژی صرفنظر شده‌باشد نیز صادق است. در این حالت $P_{G۱}$، $P_{G۲}$، ... و P_{Gm} قدرت‌های تولیدی هریک از نیروگاهها خواهند بود.

از آنجائیکه کنترل قدرت راکتیو با تنظیم مدار تحریک ژنراتور انجام می‌شود و تأثیری در هزینه ندارد، لذا هزینه تولید انرژی ژنراتور ۱ ($C_۱$) فقط تابعی از قدرت اکتیو تولیدی آن ($P_{G۱}$) می‌باشد بنابراین:

$$C_۱ = C_۱ (P_{G۱})$$

بهمین ترتیب‌برای سایر ژنراتورها داریم:

$$C_{۲} = C_{۲}\,(P_{G۲})$$
$$\vdots$$
$$C_m = C_m\,(P_{Gm})$$

و یا بطور کلی:

$$C_i = C_i\,(P_{Gi}) \qquad i = ۱, ۲, \ldots, m \qquad (۶-۶)$$

هزینه کل تولید انرژی در m ژنراتور برابر است با:

$$C = C_{۱} + C_{۲} + \ldots + C_m = C_{۱}(P_{G۱}) + C_{۲}(P_{G۲}) + \ldots + C_m(P_{Gm})$$
$$= \sum_{i=۱}^{m} C_i(P_{Gi}) \qquad (۶-۷)$$

بنابر این هزینه کل تابعی از قدرت‌های تولیدی همه ژنراتورها ($P_{G۱}$، $P_{G۲}$،... و P_{Gm}) می‌باشد:

$$C = C\,(P_{G۱}, P_{G۲}, \ldots, P_{Gm}) \qquad (۶-۸)$$

برای اینکه هزینه تولید انرژی (C) مینی‌موم باشد، داریم:

$$dC = ۰$$

$$dC = \frac{\partial C}{\partial P_{G۱}} dP_{G۱} + \frac{\partial C}{\partial P_{G۲}} dP_{G۲} + \ldots + \frac{\partial C}{\partial P_{Gm}} dP_{Gm} = ۰ \qquad (۶-۹)$$

با توجه به رابطه (۷-۶) داریم:

$$\frac{\partial C}{\partial P_{G۱}} = \frac{\partial C_{۱}}{\partial P_{G۲}}$$

$$\frac{\partial C}{\partial P_{G۲}} = \frac{\partial C_{۲}}{\partial P_{G۲}}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial C}{\partial P_{Gm}} = \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}}$$

و لذا معادله (۹-۶) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} dP_{G1} + \frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} dP_{G2} + \ldots + \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}} dP_{Gm} = 0 \qquad (۶-۱۰)$$

از طرف دیگر رابطه توازن قدرت بصورت زیر بیان می‌شود:

$$P_{G1} + P_{G2} + \ldots + P_{Gm} = P_D \qquad (۶-۱۱)$$

چون P_D ثابت است، $dP_D = 0$ بوده و داریم:

$$dP_D = dP_{G1} + dP_{G2} + \ldots + dP_{Gm} = 0 \qquad (۶-۱۲)$$

طرفین رابطه (۱۲-۶) را در λ ضرب کرده و معادله بدست آمده را از معادله (۱۰-۶) کم می‌کنیم:

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} - \lambda\right)dP_{G1} + \left(\frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} - \lambda\right)dP_{G2} + \ldots + \left(\frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}} - \lambda\right)dP_{Gm} = 0$$

این معادله فقط در صورتی صادق است که هریک از جملات آن برابر صفر باشد، یعنی:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} = \lambda \quad , \quad \frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} = \lambda \quad , \quad \ldots \quad \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}} = \lambda$$

و یا:

$$\lambda = \frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} = \frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} = \ldots = \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}} \qquad (۶-۱۳)$$

مشتق هزینه تولید انرژی در هر ژنراتور نسبت به قدرت تولیدی آن که شیب تابع هزینه ژنراتور در نقطه کار می‌باشد، "هزینه افزونی تولید" [۱] ژنراتور نامیده می‌شود و آنرا بـا (IC) نشـان می‌دهیم. برای ژنراتور شماره i داریم:

$$(IC)_i = \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} \qquad (۶-۱۴)$$

1- Incremental Cost of Generation

اگر تابع هزینه را تابعی درجه ۲ از قدرت خروجی ژنراتور در نظر بگیریم:

$$C_i = \alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^{۲} \qquad (۶-۱۵)$$

در اینصورت هزینه افزونی (نموی) تولید $(IC)_i$ برای ژنراتور i یک معادله خطی از P_{Gi} خواهد بود:

$$(IC)_i = \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} = \beta_i + ۲\gamma_i P_{Gi} \qquad (۶-۱۶)$$

بطور خلاصه، با توجه به معادله (۱۳-۶)، برای بهره‌برداری بهینه از لحاظ اقتصادی باید هزینه افزونی تولید ژنراتورها با هم برابر باشند، یعنی:

$$(IC)_۱ = (IC)_۲ = \dots = (IC)_m = \lambda \qquad (۶-۱۷)$$

و یا:

$$(IC)_i = \lambda \qquad i = ۱, ۲, \dots, m \qquad (۶-۱۸)$$

λ را ضریب لاگرانژ [1] می‌نامند. واحد λ و (IC) ریال بر مگاوات ساعت (MWh / ریال) می‌باشد. معادله (۱۷-۶) همراه با قیود معادله‌ای و نامعادله‌ای زیر اساس محاسبات توزیع اقتصادی بار بین m ژنراتور را تشکیل می‌دهد:

$$\sum_{i=۱}^{m} P_{Gi} - P_D = ۰ \qquad (۶-۱۹)$$

$$P_{Gi_{min}} \le P_{Gi} \le P_{Gi_{max}} \qquad i = ۱, ۲, \dots, m \qquad (۶-۲۰)$$

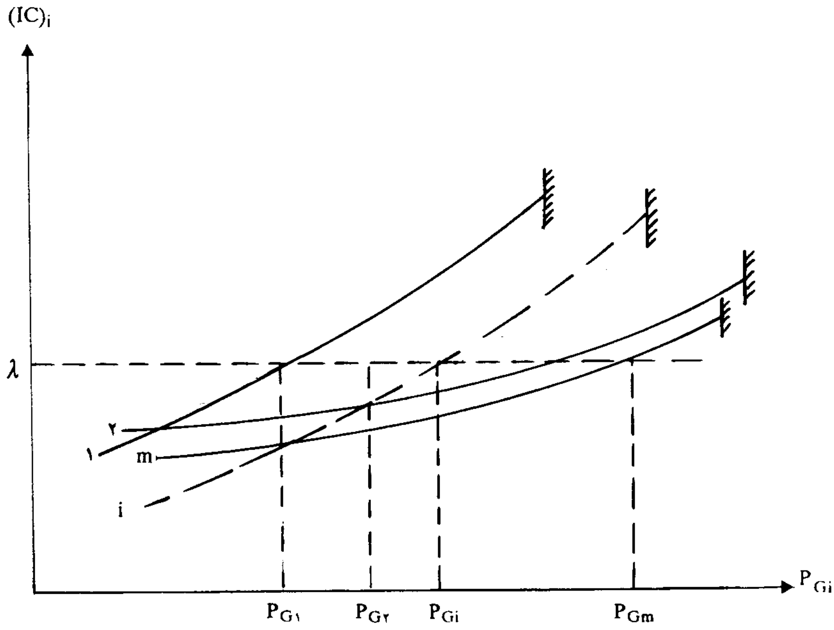
قیود نامعادله‌ای (۲۰-۶) به این دلیل باید رعایت شوند که قدرت تولیدی هیچ ژنراتوری نباید از مقدار نامی آن تجاوز نماید و یا از مقدار معینی کمتر گردد. شکل (۲-۶) منحنی تغییرات هزینه

---

1. Lagrange Multiplier

افزونی تولید هر یک از ژنراتورها را برحسب قدرت خروجی آنها نشان می‌دهد.

برای بهره‌برداری اقتصادی، به ازاء $\lambda = (IC)_i$ ، $(i = ۱ , ۲ , ... , m)$، که در شکل نشان داده شده‌است، جمع قدرت‌های تولیدی $P_{G۱}$ ، $P_{G۲}$ ،... و P_{Gm} باید برابر P_D باشد تا همزمان تساوی (IC)ها و توازن قدرت برقرار باشند.



شکل ۲-۶: تعیین ضریب لاگرانژ برای بهره‌برداری اقتصادی

اگر تابع هزینه ژنراتورها را تابع درجه ۲ در نظر بگیریم، می‌توان از روش تحلیلی مقدار λ و همچنین $P_{G۱}$ ، $P_{G۲}$ ،... و P_{Gm} را بدست آورد. برای هر یک از ژنراتورها داریم:

$$(IC)_۱ = \frac{\partial C_۱}{\partial P_{G۱}} = \beta_۱ + ۲\gamma_۱ P_{G۱}$$

$$(IC)_۲ = \frac{\partial C_۲}{\partial P_{G۲}} = \beta_۲ + ۲\gamma_۲ P_{G۲}$$

$$\vdots$$

$$(IC)_m = \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}} = \beta_m + ۲\gamma_m P_{Gm}$$

در شرایط بهره‌برداری اقتصادی که $(IC)_1 = (IC)_2 = \dots = (IC)_m = \lambda$ می‌باشد، بطور کلی داریم:

$$(IC)_i = \lambda \qquad i = 1, 2, \dots, m$$

و یا:

$$\beta_i + 2\gamma_i P_{Gi} = \lambda \qquad i = 1, 2, \dots, m$$

و از آنجا:

$$P_{Gi} = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \qquad i = 1, 2, \dots, m \qquad (۶-۲۱)$$

با توجه به رابطه توازن قدرت، معادله (۱۹-۶)، می‌توان نوشت:

$$\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i}\right) = P_D$$

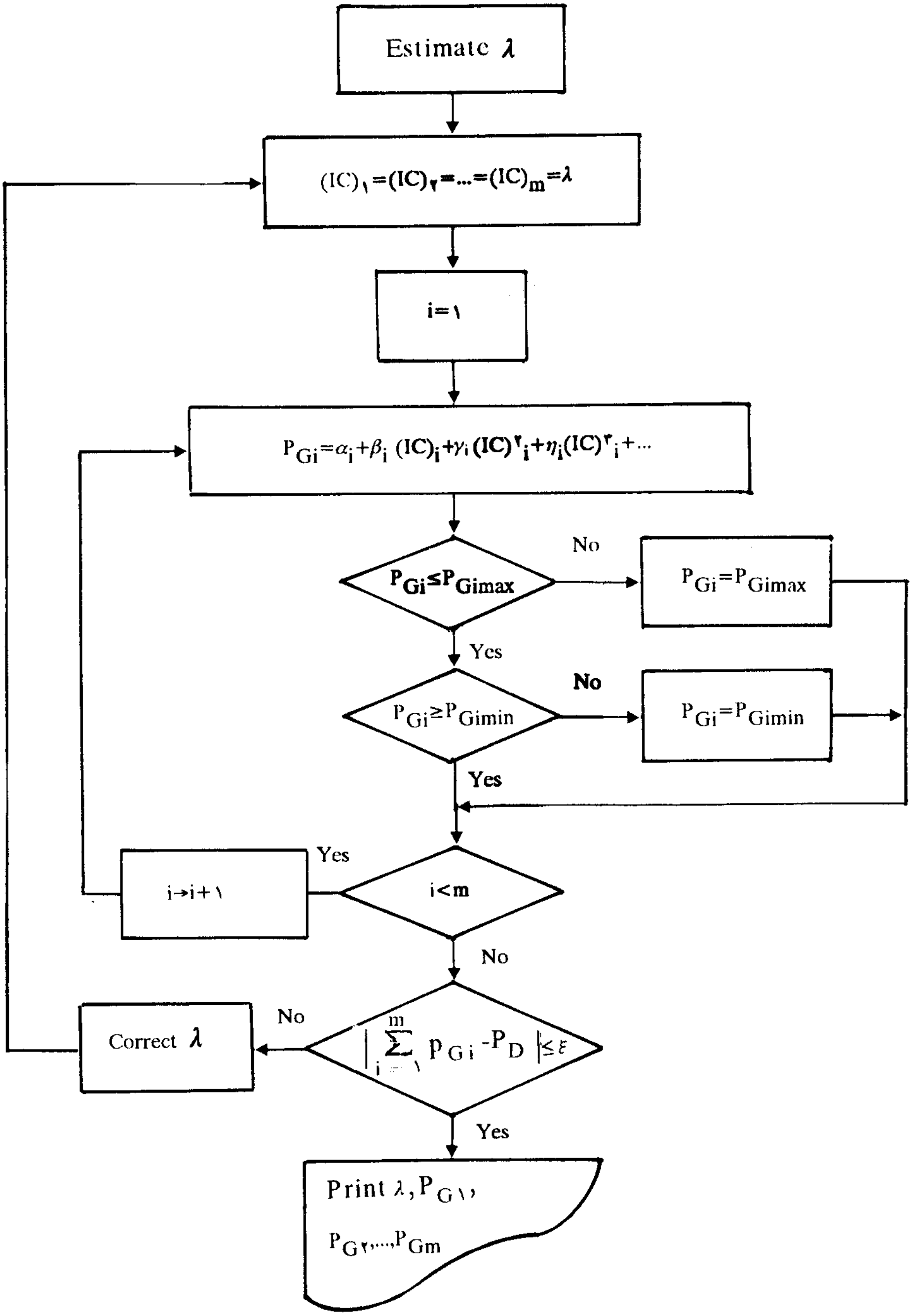
این رابطه را برای تعیین λ حل می‌کنیم:

$$\lambda \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\gamma_i} - \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{\gamma_i} = 2P_D$$

$$\lambda = \frac{2P_D + \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\gamma_i}} \qquad (۶-۲۲)$$

بنابراین ضریب لاگرانژ را می‌توان از معادله (۲۲-۶) بدست آورد. بعد از تعیین λ، می‌توان قدرت تولیدی هر ژنراتور P_{Gi} را از رابطه (۲۱-۶) محاسبه نمود.

روش تحلیلی ارائه شده به دو دلیل نمی‌تواند جوابگوی کامل مسأله توزیع اقتصادی بار باشد. اولاً قدرت‌های تولیدی بدست آمده از معادله (۲۱-۶) معلوم نیست در نامعادله $P_{Gi_{min}} \le P_{Gi} \le P_{Gi_{max}}$ صدق نمایند. ثانیاً تغییرات $(IC)_i$ برحسب P_{Gi} عموماً خطی نیست و نمی‌توان از معادله ساده (۲۲-۶) λ را بدست آورد. در اینجا تنها روش مناسب، استفاده از روش‌های مبتنی بر تکرار است. با استفاده از کامپیوتر می‌توان توزیع اقتصادی بار بین m ژنراتور را با محدودیت‌های فوق الذکر محاسبه نمود. در شکل (۳-۶) فلوچارت عملیات کامپیوتری بهره‌برداری اقتصادی با صرفنظر از تلفات سیستم نشان داده شده‌است.



شکل ۳-۶: فلوچارت توزیع بار اقتصادی با صرفنظر از تلفات سیستم

همانطوریکه در فلوچارت شکل (۳-۶) دیده می‌شود، ابتدا مقدار مناسبی برای λ تخمین می‌زنیم. سپس هزینه نموی تولید $(IC)_i$ هر ژنراتور را برابر λ قرار میدهیم. آنگاه قدرت تولیدی هر ژنراتور را از رابطه زیر بدست می‌آوریم:

$$P_{Gi} = \alpha_i + \beta_i (IC)_i + \gamma_i (IC)^2_i + \eta_i (IC)^3_i + \dots \qquad (۶-۲۳)$$

در اینجا باید دقت نمود که ضرائب α_i، β_i، γ_i و η_i و واحد آنها با همین پارامترها در معادله (۱۵-۶) متفاوت هستند. این ضرائب را در معادله (۲۳-۶) می‌توان با داشتن نقاط منحنی $IC(P_G)$ و استفاده از الگوریتم مینی‌موم مربعات (مشابه مثال ۱-۶) بدست آورد. پس از تعیین قدرت‌های تولیدی ژنراتورها P_{Gi}، $i = ۱,۲,...,m$، قدرت هر ژنراتور را در محدوده مجاز $P_{Gi_{min}}$ و $P_{Gi_{max}}$ کنترل می‌کنیم. آنگاه توازن قدرت را بررسی می‌کنیم. اگر توازن قدرت برقرار نباشد λ را تغییر داده و با λ جدید مراحل محاسبات را تکرار می‌کنیم. اگر در بررسی توازن قدرت، جمع قدرت‌های تولیدی $\sum P_{Gi}$ از P_D بیشتر باشد باید λ جدید را کوچکتر از λ قبلی انتخاب کنیم و بالعکس.

در روش ذکر شده، قدرت مصرفی بارها P_D ثابت فرض شده است. در عمل این قدرت در ساعات مختلف، متغیر است. بنابراین لازم است قدرت خروجی ژنراتورها در فواصل زمانی مشخصی با این روش تعیین و تنظیم گردند. **معمولاً این فواصل زمانی بین ۲ تا ۵ دقیقه در نظر گرفته می‌شوند.**

مثال ۲-۶: معادلات هزینه افزونی تولید انرژی الکتریکی دو ژنراتور در یک نیروگاه برحسب ریال بر مگاوات ساعت بصورت زیر مشخص می‌باشند:

$$(IC)_۱ = ۷۵۰ + ۰/۸P_۱$$

$$(IC)_۲ = ۶۰۰ + P_۲$$

بار کل نیروگاه از ۲۰۰ تا ۱۱۵۰ مگاوات متغیر است. قدرت‌های تولیدی مینی‌موم و ماکزیمم هر ژنراتور بترتیب ۸۰MW و ۵۷۵MW می‌باشند.

الف) توزیع اقتصادی بار بین دو ژنراتور و ضریب لاگرانژ را در بارهای مختلف بدست آورید.

ب) اگر در بار $P_D = ۶۹۰\ MW$ مقادیر $P_۱$ و $P_۲$ را بترتیب ۴۴۰ و ۲۵۰ مگاوات انتخاب کنیم، هزینه اضافی سالانه را در مقایسه با بهره‌برداری اقتصادی تأمین بار ۶۹۰ مگاوات بدست آورید.

حلّ:

الف) کمترین میزان بار نیروگاه ۲۰۰ مگاوات است. اگر بخواهیم برای تأمین این بار در شرایط بهره‌برداری اقتصادی، قدرت هر ژنراتور را بدست آوریم با توجه به روابط (۱۷-۶) و (۱۹-۶) داریم:

$$(IC)_1 = (IC)_2$$
$$P_1 + P_2 = P_D$$

با جایگزینی مقادیر داده شده، خواهیم داشت:

$$750 + 0/8P_1 = 600 + P_2$$
$$P_1 + P_2 = 200$$

با حل این دو معادله P_1 و P_2 بدست می‌آیند:

$$P_1 = 27/78\ MW$$
$$P_2 = 172/22\ MW$$

چون $P_{min} = 80\ MW$ و $P_1 < P_{min}$ است لذا:

$$P_1 = P_{min} = 80\ MW$$
$$P_2 = P_D - P_1 = 200 - 80 = 120\ MW$$

این وضعیت تولید، بهره‌برداری اقتصادی ایده‌آل نیست، ولی نزدیکترین حالت به بهره‌برداری اقتصادی است. با افزایش P_D تا زمانی که در محاسبات اقتصادی $P_1 = 80\ MW$ بدست آید همواره P_1 را برابر $80MW$ منظور می‌نمائیم و بقیه قدرت بار توسط P_2 تأمین می‌شود. برای بدست آوردن اولین نقطه بهره‌برداری اقتصادی باید P_1 را بر $80MW$ قرار دهیم، در اینصورت داریم:

$$P_1 = 80\ MW$$

$$(IC)_1 = \lambda = 750 + (0/8 \times 80) = 814\ \text{ریال} / MWh$$

$$P_2 = \lambda - 600 = 814 - 600 = 214\ MW$$

برای تعیین نقاط بعدی، P_1 را بترتیب ۲۰۰، ۳۰۰، ۴۰۰ و ۵۰۰ مگاوات انتخاب می‌کنیم و به ازاء آن P_2 و $P_D = P_1 + P_2$ را محاسبه می‌کنیم. نتایج در جدول (۱-۶) نشان داده شده‌است.

هنگامی که $P_1 = 500\ MW$ است محاسبه مقدار P_2 بترتیب زیر انجام می‌شود :

جدول ۱-۶: توزیع اقتصادی بار و ضریب لاگرانژ در مثال (۲-۶)

λ ریال / MWh	P_1 MW	P_2 MW	P_D MW
–	۸۰	۱۲۰	۲۰۰
۸۱۴	۸۰	۲۱۴	۲۹۴
۹۱۰	۲۰۰	۳۱۰	۵۱۰
۹۹۰	۳۰۰	۳۹۰	۶۹۰
۱۰۷۰	۴۰۰	۴۷۰	۸۷۰
۱۱۵۰	۵۰۰	۵۵۰	۱۰۵۰
۱۱۷۵	۵۳۱	۵۷۵	۱۱۰۶
–	۵۷۵	۵۷۵	۱۱۵۰

$$P_1 = ۵۰۰ \text{ MW}$$

$$(IC)_1 = (IC)_2 = ۷۵۰ + (۰/۸ \times ۵۰۰) = ۱۱۵۰ \text{ ریال / MWh}$$

$$P_2 = (IC)_2 - ۶۰۰ = ۱۱۵۰ - ۶۰۰ = ۵۵۰ \text{ MW}$$

همانطوریکه ملاحظه می‌شود ژنراتور ۲ زودتر به مرز $P_{max} = ۵۷۵$ MW نزدیک مـی‌شود. برای پیداکردن آخرین نقطه بهره‌برداری اقتصادی، چون P_2 زودتر به P_{max} نزدیکتر می‌شود، آنرا مساوی با $P_{max} = ۵۷۵$ MW قرار می‌دهیم. لذا داریم:

$$P_2 = P_{max} = ۵۷۵ \text{ MW}$$

$$(IC)_2 = (IC)_1 = ۶۰۰ + P_2 = ۶۰۰ + ۵۷۵ = ۱۱۷۵ \text{ ریال / MWh}$$

$$P_1 = \frac{(IC)_1 - ۷۵۰}{۰/۸} = \frac{۱۱۷۵ - ۷۵۰}{۰/۸} = ۵۳۱ \text{ MW}$$

$$P_D = P_1 + P_2 = ۱۱۰۶ \text{ MW}$$

بنابر این چنانچه بار نیروگاه از ۱۱۰۶ مگاوات تجاوز نماید، از این ببعد ژنراتور ۲ باید قدرت ۵۷۵ مگاوات تولید کرده و بقیه را ژنراتور ۱ تأمین نماید. این روند تا قدرت $P_D = ۱۱۵۰$ MW ادامه می‌یابد.

ب) برای تعیین هزینه تولید انرژی الکتریکی، معادله هزینه را در نظر می‌گیریم:

$$C = \alpha + \beta P + \gamma P^{۲}$$

با داشتن معادله هزینه افزونی تولید (IC)، و انتگرال‌گیری از آن، می‌توان تابع هزینه را بدست آورد. برای اینکار داریم:

$$C_{۱} = \int (IC)_{۱} dP_{۱} = \int (۷۵۰ + ۰/۸P_{۱}) dP_{۱} = \alpha_{۱} + ۷۵۰P_{۱} + ۰/۴P_{۱}^{۲}$$

$$C_{۲} = \int (IC)_{۲} dP_{۲} = \int (۶۰۰ + P_{۲}) dP_{۲} = \alpha_{۲} + ۶۰۰P_{۲} + ۰/۵P_{۲}^{۲}$$

که در آن‌ها $\alpha_{۱}$ و $\alpha_{۲}$ ضرائب ثابت انتگرال می‌باشند. هزینه کل تولید برابر است با:

$$C = C_{۱} + C_{۲} = (\alpha_{۱} + \alpha_{۲}) + ۷۵۰P_{۱} + ۶۰۰P_{۲} + ۰/۴P_{۱}^{۲} + ۰/۵P_{۲}^{۲}$$

هزینه تولید در شرایط بهره‌برداری اقتصادی برابر است با:

$$C_{opt} = (\alpha_{۱} + \alpha_{۲}) + (۷۵۰ \times ۳۰۰) + (۶۰۰ \times ۳۹۰) + (۰/۴ \times ۳۰۰^{۲})$$
$$+ (۰/۵ \times ۳۹۰^{۲}) = (\alpha_{۱} + \alpha_{۲}) + ۵۷۱۰۵۰ \ \text{ریال} / h$$

اگر $P_{۱} = ۴۴۰$ MW و $P_{۲} = ۲۵۰$ MW انتخاب شوند، هزینه تولید انرژی بترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$C = (\alpha_{۱} + \alpha_{۲}) + (۷۵۰ \times ۴۴۰) + (۶۰۰ \times ۲۵۰) + (۰/۴ \times ۴۴۰^{۲})$$
$$+ (۰/۵ \times ۲۵۰^{۲}) = (\alpha_{۱} + \alpha_{۲}) + ۵۸۸۶۹۰ \ \text{ریال} / h$$

هزینه اضافی برای این تولید در مقایسه با هزینه اقتصادی برابر است:

$$\Delta C = C - C_{opt} = ۵۸۸۶۹۰ - ۵۷۱۰۵۰ = ۱۷۶۴۰ \quad \text{ریال در ساعت}$$

$$\Delta C = ۱۷۶۴۰ \times ۲۴ \times ۳۶۰ = ۱/۵۲ \times ۱۰^{۸} \quad \text{ریال در سال}$$

مثال ۳-۶: مدل‌های هزینه سوخت سه ژنراتور در یک نیروگاه توسط معادلات زیر مشخص شده‌اند:

$$(IC)_۱ = ۹۳۰ + ۴/۱P_۱$$

$$(IC)_۲ = ۷۶۰ + ۳/۱P_۲$$

$$(IC)_۳ = ۸۱۰ + ۲/۹P_۳$$

که در آنها $(IC)_i$ و P_i بترتیب برحسب MWh / ریال و MW می‌باشند. بار کل نیروگاه P_D=۵۰۰MW است. قدرت‌های بهینه [1] اقتصادی هر یک از ژنراتورها را محاسبه کنید.

حلّ: تغییرات (IC)ها برحسب قدرت‌های تولیدی هر ژنراتور خطی فرض شده‌است. بنابراین می‌توانیم از معادله (۲۲-۶) برای تعیین λ استفاده کنیم. برای این منظور داریم:

$$\beta_۱ = ۹۳۰ \qquad \beta_۲ = ۷۶۰ \qquad \beta_۳ = ۸۱۰$$

$$\gamma_۱ = ۲/۰۵ \qquad \gamma_۲ = ۱/۵۵ \qquad \gamma_۳ = ۱/۴۵$$

$$\sum\frac{\beta_i}{\gamma_i} = \frac{۹۳۰}{۲/۰۵} + \frac{۷۶۰}{۱/۵۵} + \frac{۸۱۰}{۱/۴۵} = ۱۵۰۲/۶$$

$$\sum\frac{۱}{\gamma_i} = \frac{۱}{۲/۰۵} + \frac{۱}{۱/۵۵} + \frac{۱}{۱/۴۵} = ۱/۸۲۲۶$$

$$\lambda = \frac{۲P_D + \sum\frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum\frac{۱}{\gamma_i}} = \frac{(۲\times ۵۰۰) + ۱۵۰۲/۶}{۱/۸۲۲۶} = ۱۳۷۳/۱ \qquad \text{MWh / ریال}$$

1- Optimum

حال با استفاده از رابطه (۲۱-۶) قدرت تولیدی هر ژنراتور را بدست می‌آوریم:

$$P_۱ = \frac{\lambda - \beta_۱}{۲\gamma_۱} = \frac{۱۳۷۳/۱ - ۹۳۰}{۲ \times ۲/۰۵} = ۱۰۸/۰۷ \text{ MW}$$

$$P_۲ = \frac{\lambda - \beta_۲}{۲\gamma_۲} = \frac{۱۳۷۳/۱ - ۷۶۰}{۲ \times ۱/۵۵} = ۱۹۷/۷۷ \text{ MW}$$

$$P_۳ = \frac{\lambda - \beta_۳}{۲\gamma_۳} = \frac{۱۳۷۳/۱ - ۸۱۰}{۱/۴۵} = ۱۹۴/۱۶ \text{ MW}$$

۶-۴ تابع هزینه یک نیروگاه شامل m ژنراتور

تا اینجا برای بدست آوردن قدرت‌های بهینه اقتصادی نیروگاهها از تلفات شبکه صرفنظر کردیم. اگر از تلفات خطوط انتقال صرفنظر نشود و بخواهیم قدرت تولیدی هر یک از نیروگاهها را برای بهره‌برداری اقتصادی بدست آوریم، باید تابع هزینه هر نیروگاه معلوم باشد. معمولاً در هر نیروگاه چند ژنراتور وجود دارند که تابع هزینه آنها در حالت کلی با هم متفاوت است. مدلسازی چند ژنراتور یک نیروگاه با توابع هزینه مختلف به یک ژنراتور معادل بسیار پیچیده است. ولی اگر تابع هزینه هر ژنراتور را یک معادله درجه ۲ از قدرت تولیدی آن در نظر بگیریم، با روش ساده و تحلیلی می‌توانیم تابع هزینه ژنراتور معادل (تابع هزینه نیروگاه) را بصورت یک معادله درجه ۲ از قدرت تولیدی کل نیروگاه بدست آوریم.

فرض کنید m ژنراتور در یک نیروگاه حرارتی بطور موازی کار می‌کنند. قدرت خروجی نیروگاه P_G از جمع قدرت‌های ژنراتورها بدست می‌آید:

$$P_G = P_{G۱} + P_{G۲} + \dots + P_{Gm}$$

اگر تابع هزینه ژنراتورها را بامعادله زیر نشان دهیم:

$$C_i = \alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^۲ \qquad i = ۱,۲,\dots,m \qquad (۶-۲۴)$$

می‌خواهیم نیروگاه را با یک ژنراتور معادل جایگزین کنیم. برای این کار باید α و β و γ معادل و در نتیجه تابع هزینه کل نیروگاه را بدست آوریم. تابع هزینه نیروگاه، هزینه تولید انرژی برحسب قدرت خروجی کل P_G، بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$C = \alpha + \beta P_G + \gamma P_G^۲ \qquad (۶-۲۵)$$

هزینه کل تولید انرژی در نیروگاه برابر است با:

$$C=\sum_{i=1}^{m} C_i=\sum_{i=1}^{m}(\alpha_i+\beta_i P_{Gi}+\gamma_i P_{Gi}^2) \qquad (۶-۲۶)$$

معادله (۱۷-۶) را برای ژنراتور i و ژنراتور معادل می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\lambda=\beta+2\gamma P_G=\beta_i+2\gamma_i P_{Gi}$$

از این معادله P_{Gi} را بدست می‌آوریم:

$$P_{Gi}=\frac{\beta-\beta_i+\gamma P_G}{2\gamma_i}$$

و آنرا در رابطه (۲۶-۶) جایگزین می‌کنیم:

$$C=\sum_{i=1}^{m}\left[\alpha_i+\beta_i\frac{\beta-\beta_i+2\gamma P_G}{2\gamma_i}+\gamma_i\left(\frac{\beta-\beta_i+2\gamma P_G}{2\gamma_i}\right)^2\right]$$

$$C=\sum\alpha_i+\beta\sum\frac{\beta_i}{2\gamma_i}-\sum\frac{\beta_i^2}{2\gamma_i}+\sum\frac{(\beta-\beta_i)^2}{4\gamma_i}$$

$$+\left[\sum\frac{\beta_i\gamma}{\gamma_i}+\sum\frac{(\beta-\beta_i)\gamma}{\gamma_i}\right]P_G+\left[\sum\frac{\gamma^2}{\gamma_i}\right]P_G^2 \qquad (۶-۲۷)$$

با مقایسه معادلات (۲۵-۶) و (۲۷-۶) خواهیم داشت:

$$\alpha=\sum\alpha_i+\beta\sum\frac{\beta_i}{2\gamma_i}-\sum\frac{\beta_i^2}{2\gamma_i}+\sum\frac{(\beta-\beta_i)^2}{4\gamma_i} \qquad (۶-۲۸)$$

همچنین با مساوی قرار دادن ضرائب P_G^2 در دو معادله ذکر شده، داریم:

$$\sum\frac{\gamma^2}{\gamma_i}=\gamma$$

$$\gamma=\frac{1}{\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\gamma_i}} \qquad (۶-۲۹)$$

برای تعیین β معادل، رابطه (۲۲-۶) را یادآوری می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{۲P_D+\sum_{i=۱}^{m}\frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum_{i=۱}^{m}\frac{۱}{\gamma_i}} \tag{۶-۳۰}$$

با توجه به معادله (۲۹-۶)، بجای مخرج رابطه (۳۰-۶) مقدار $\frac{۱}{\gamma}$ را جایگزین می‌کنیم. از طرف دیگر بار نیروگاه (P_D) توسط قدرت تولیدی کل نیروگاه (P_G) تأمین میشود. لذا در رابطه (۳۰-۶) بجای P_D از مقدار مساوی آن یعنی P_G استفاده می‌کنیم. بنابراین:

$$\lambda=\frac{۲P_G+\sum\frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\frac{۱}{\gamma}}$$

و یا:

$$\lambda=\gamma\sum\frac{\beta_i}{\gamma_i}+۲\gamma P_G \tag{۶-۳۱}$$

ضریب لاگرانژ نیروگاه برحسب P_G از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\lambda=\beta+۲\gamma P_G \tag{۶-۳۲}$$

مقایسه روابط (۳۱-۶) و (۳۲-۶) نشان می‌دهد که :

$$\beta=\gamma\sum_{i=۱}^{m}\frac{\beta_i}{\gamma_i} \tag{۶-۳۳}$$

و یا:

$$\beta=\frac{\sum_{i=۱}^{m}\frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum_{i=۱}^{m}\frac{۱}{\gamma_i}} \tag{۶-۳۴}$$

معادلات (۳۴-۶) و (۲۹-۶) ضرائب β و γ معادل را برای کل نیروگاه برحسب β_i و γ_i ژنراتورها

بدست می‌دهند. پس از تعیین β در صورت نیاز می‌توان از معادله (۲۸-۶) ضریب α معادل را نیز بدست آورد.

مثال ۴-۶: در مثال (۳-۶) معادله هزینه افزونی تولید (IC) نیروگاه را برحسب قدرت کل تولیدی نیروگاه بدست آورید.

حلّ: ابتدا γ معادل را محاسبه می‌کنیم:

$$\gamma = \frac{۱}{\sum \frac{۱}{\gamma_i}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲/۰۵} + \frac{۱}{۱/۵۵} + \frac{۱}{۱/۴۵}} = \frac{۱}{۱/۸۲۲۶}$$

$$\gamma = ۰/۵۴۸۷$$

سپس β معادله را از معادله (۳۳-۶) بدست می‌آوریم:

$$\sum \frac{\beta_i}{\gamma_i} = \frac{۹۳۰}{۲/۰۵} + \frac{۷۶۰}{۱/۵۵} + \frac{۸۱۰}{۱/۴۵} = ۱۵۰۲/۶$$

$$\beta = \gamma \sum \frac{\beta_i}{\gamma_i} = ۰/۵۴۸۷ \times ۱۵۰۲/۶ = ۸۲۴/۴۷$$

بنابراین معادله هزینه افزونی تولید نیروگاه عبارتست از:

$$(IC) = ۸۲۴/۴۷ + (۲ \times ۰/۵۴۸۷)P_G$$

$$(IC) = ۸۲۴/۴۷ + ۱/۰۹۷۴P_G$$

۵-۶ توزیع اقتصادی بار بدون صرفنظر از تلفات سیستم

در بررسی توزیع اقتصادی بار در حالت کلی از تلفات خطوط انتقال صرفنظر نمی‌شود. هزینه تولید انرژی در کل سیستم برابر است با:

$$C = C_۱ + C_۲ + \dots + C_m = \sum_{i=۱}^{m} C_i$$

و یا:

$$C = C_۱(P_{G۱}) + C_۲(P_{G۲}) + \dots + C_m(P_{Gm})$$

$$= C(P_{G۱}, P_{G۲}, \dots, P_m) = \sum_{i=۱}^{m} C_i(P_{Gi})$$

برای اینکه هزینه تولید انرژی حداقل گردد، dc باید صفر باشد:

$$dc = \sum_{i=۱}^{m} \frac{\partial C}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} = ۰$$

با توجه به اینکه $\frac{\partial C}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}$، خواهیم داشت:

$$\sum_{i=۱}^{m} \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} = ۰ \qquad (۶-۳۵)$$

قدرت‌های تولیدی ژنراتورها باید قدرت مورد نیاز بارها و تلفات سیستم را تأمین نمایند. بنابراین رابطه توازن قدرت بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum_{i=۱}^{m} P_{Gi} - P_D - P_L = ۰ \qquad (۶-۳۶)$$

که در آن P_L تلفات خطوط انتقال می‌باشد. چون P_D ثابت است. $dP_D=۰$ بوده و داریم:

$$\sum_{i=۱}^{m} dP_{Gi} - dP_L = ۰ \qquad (۶-۳۷)$$

تلفات سیستم تابعی از قدرت‌های تولیدی ژنراتورها می‌باشد، یعنی:

$$P_L = P_L(P_{G۱}, P_{G۲}, \ldots, P_{Gm})$$

و از آنجا:

$$dP_L = \frac{\partial P_L}{\partial P_{G۱}} dP_{G۱} + \frac{\partial P_L}{\partial P_{G۲}} dP_{G۲} + \ldots + \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gm}} dP_{Gm}$$

و یا:

$$dP_L = \sum_{i=۱}^{m} \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} \qquad (۶-۳۸)$$

این مقدار dP_L را در رابطه (۳۷-۶) جایگزین می‌کنیم:

$$\sum_{i=۱}^{m} dP_{Gi} - \sum_{i=۱}^{m} \frac{dP_L}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} = ۰$$

و یا:

$$\sum_{i=1}^{m}\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}\right) dP_{Gi}=0 \qquad (۶-۳۹)$$

طرفین رابطه اخیر را در λ ضرب می‌کنیم و حاصل را از معادله (۶-۳۵) کم می‌کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}-\lambda\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}\right)\right] dP_{Gi}=0$$

حل این معادله با صفر کردن ضریب dP_{Gi} بدست می‌آید:

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}-\lambda\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}\right)=0$$

و از آنجا:

$$\lambda=\frac{\dfrac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}}{1-\dfrac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}} \qquad (۶-۴۰)$$

$\frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}$ همان هزینه افزونی تولید $(IC)_i$ می‌باشد. مشتق تلفات سیستم نسبت به قدرت تولیدی هر ژنراتور $\left(\frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}\right)$ را تلفات افزونی انتقال [1] می‌نامیم. بنابراین :

$$(ITL)_i=\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} \qquad (۶-۴۱)$$

حال معادله (۶-۴۰) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\lambda=\frac{(IC)_i}{1-(ITL)_I} \qquad i=1,2,\dots,m \qquad (۶-۴۲)$$

1- Incremental Transmission Loss

و یا:

$$\lambda = L_i \, (IC)_i \qquad i = ۱,۲,\dots, m \qquad (۶-۴۳)$$

که در آن L_i ضریب پنالتی [۱] ژنراتور i نامیده می‌شود و برابر است با:

$$L_i = \frac{۱}{۱-(ITL)_i} = \frac{۱}{۱-\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}} \qquad (۶-۴۴)$$

بنابراین هزینه سوخت هنگامی حداقل می‌شود که حاصلضرب هزینه افزونی تولید $(IC)_i$ و ضریب پنالتی L_i برای همه واحدها یکسان و برابر λ باشد. بطور خلاصه معادلات و نامعادلات زیر روش تعیین قدرت نیروگاهها در بهره‌برداری اقتصادی بدون صرفنظر از تلفات را نشان می‌دهند:

$$\lambda = \frac{(IC)_۱}{۱-(ITL)_۱} = \frac{(IC)_۲}{۱-(ITL)_۲} = \dots = \frac{(IC)_m}{۱-(ITL)_m} \qquad (۶-۴۵)$$

$$\sum_{i=۱}^{m} P_{Gi} - P_D - P_L = ۰ \qquad (۶-۴۶)$$

$$P_{Gi_{min}} \le P_{Gi} \le P_{Gi_{max}} \qquad i = ۱, ۲, \dots, m \qquad (۶-۴۷)$$

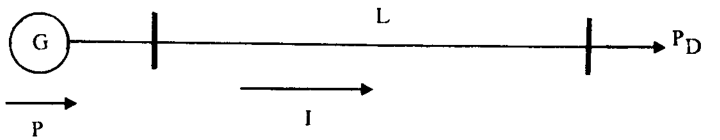
۶-۶ تابع تلفات سیستم

در اینجا می‌خواهیم مدلی برای تلفات سیستم در شرایط بهره‌برداری اقتصادی بدست آوریم. برای این منظور باید تابع تلفات سیستم (P_L) را برحسب قدرت‌های خروجی ژنراتورها $P_{G۱}$، $P_{G۲}$، ... و P_{Gm} و ضرائب مربوطه تعیین کنیم.

---

1. Penalty Factor

ابتدا سیستم قدرتی را در نظر می‌گیریم که دارای یک ژنراتور باشد. این ژنراتور مطابق شکل (۴-۶) بار P_D را از طریق خط انتقال L تغذیه می‌کند.



شکل ۴-۶: سیستم قدرت با یک خط انتقال و یک ژنراتور

اگر امپدانس خط انتقال را با $Z=R + jX$ نشان دهیم، تلفات خط انتقال برابر است با:

$$P_L = ۳ \ |I|^۲ R$$

که در آن $|I|$ جریان خط انتقال و ژنراتور از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$|I| = \frac{P_G}{\sqrt{۳} \ |V| \ (Pf)}$$

در این رابطه $|V|$ و Pf بترتیب ولتاژ و ضریب قدرت ژنراتور می‌باشند. با ترکیب دو رابطه اخیر خواهیم داشت:

$$P_L = \frac{R}{|V|^۲ \ (Pf)^۲} P^۲$$

با فرض اینکه ولتاژ و ضریب قدرت ژنراتور مقادیر ثابتی هستند، می‌توان نوشت:

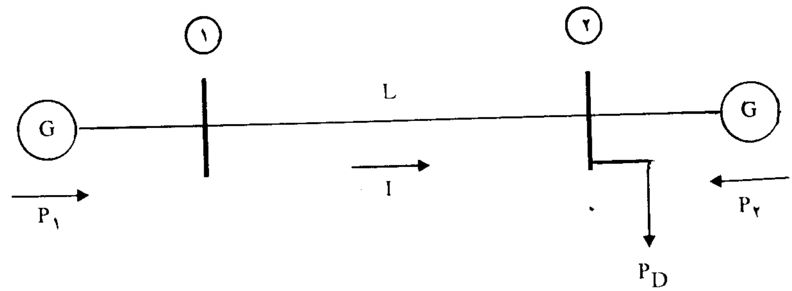
$$P_L = BP^۲ \qquad (۶-۴۸)$$

که در آن:

$$B = \frac{R}{|V|^۲ \ (Pf)^۲} \qquad (۶-۴۹)$$

بنابر این تلفات خط انتقال یک تابع درجه ۲ از قدرت تولیدی ژنراتور می‌باشد.

حال سیستمی را در نظر می‌گیریم که مطابق شکل (۵-۶) دارای دو ژنراتور باشد و بار سیستم (P_D) روی شین ۲ قرار گرفته باشد.



شکل ۵-۶: سیستم قدرت با دو ژنراتور

مقداری از قدرت مورد نیاز بار در شین ۲ توسط P_2 و بقیه آن از طریق P_1 تأمین می‌شود. جریان $|I|$ توسط P_1 ایجاد می‌گردد و برابر است با:

$$|I| = \frac{P_1}{\sqrt{3}\ |V_1|\ (Pf_1)}$$

تلفات خط انتقال P_L نیز این‌چنین محاسبه می‌شود:

$$P_L = 3\ |I|^2\ R$$

که با جایگزینی $|I|$ در آن داریم:

$$P_L = \frac{R}{|V_1|^2\ (Pf_1)^2}\ P_1^2$$

و یا:

$$P_L = B_{11}\ P_1^2 \qquad (6-50)$$

که در آن:

$$B_{11} = \frac{R}{|V_1|^2 (Pf_1)^2} \tag{۶-۵۱}$$

برای مثال بعدی شکل (۶-۶) را در نظر می‌گیریم. مقاومت اهمی خطوط L_1 و L_2 را بترتیب با R_1 و R_2 نشان می‌دهیم. برای تعیین تلفات سیستم، ابتدا معادلات تعیین $|I_1|$ و $|I_2|$ را نوشته و با جایگزین کردن آنها در P_L، رابطه تلفات سیستم را برحسب P_1 و P_2 بترتیب زیر بدست می‌آوریم:

$$|I_1| = \frac{P_1}{\sqrt{3}\,|V_1|\,(Pf_1)}$$

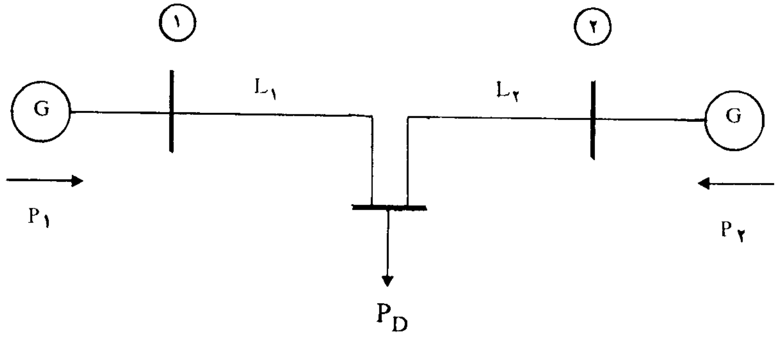
$$|I_2| = \frac{P_2}{\sqrt{3}\,|V_2|\,(Pf_2)}$$

$$P_L = 3\,|I_1|^2 R_1 + 3\,|I_2|^2 R_2$$

$$= \frac{R_1}{|V_1|^2 (Pf_1)^2} P_1^2 + \frac{R_2}{|V_2|^2 (Pf_2)^2} P_2^2$$

و در نتیجه می‌توان نوشت:

$$P_L = B_{11} P_1^2 + B_{22} P_2^2 \tag{۶-۵۲}$$



شکل ۶-۶: دو خط انتقال که یک بار مشترک را تغذیه می‌کنند

آخرین حالت برای دو ژنراتور را مطابق شکل (۷-۶) در نظر می‌گیریم که در آن از طریق خط دیگری با مقاومت اهمی $R_{۳}$، بار سیستم P_D تغذیه میشود. برای محاسبه تلفات خطوط انتقال با توجه به اینکه $P_D \approx P_{۱} + P_{۲}$، خواهیم داشت:

$$|I_{۱}| = \frac{P_{۱}}{\sqrt{۳}\,|V_{۱}|\,(Pf_{۱})}$$

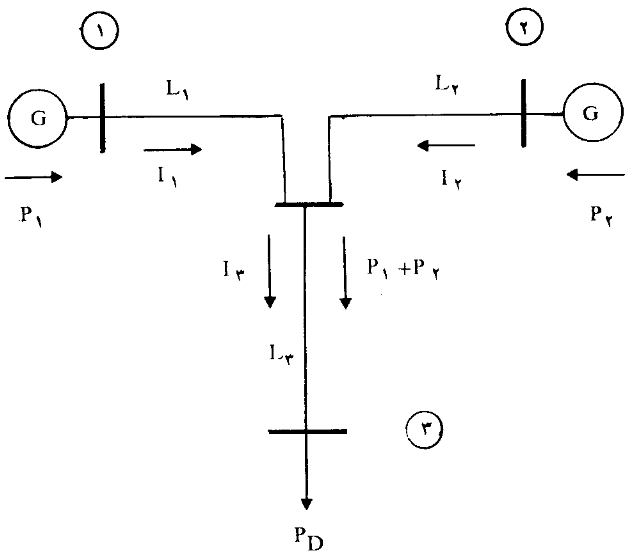
$$|I_{۲}| = \frac{P_{۲}}{\sqrt{۳}\,|V_{۲}|\,(Pf_{۲})}$$

$$|I_{۳}| = \frac{P_D}{\sqrt{۳}\,|V_{۳}|\,(Pf_{۳})} \cong \frac{P_{۱} + P_{۲}}{\sqrt{۳}\,|V_{۳}|\,(Pf_{۳})}$$

تلفات سیستم برابر است با:

$$P_L = ۳\,(\,|I_{۱}|^{۲}\,R_{۱} + |I_{۲}|^{۲}\,R_{۲} + |I_{۳}|^{۲}\,R_{۳})$$

$$P_L = \frac{R_{۱}}{|V_{۱}|^{۲}\,(Pf_{۱})^{۲}}\,P_{۱}^{۲} + \frac{R_{۲}}{|V_{۲}|^{۲}\,(Pf_{۲})^{۲}}\,P_{۲}^{۲} + \frac{R_{۳}}{|V_{۳}|^{۲}\,(Pf_{۳})^{۲}}\,(P_{۱} + P_{۲})^{۲}$$



شکل ۷-۶: سیستم قدرت با سه خط انتقال و دو ژنراتور

بنابراین تلفات سیستم را می‌توان مطابق زیر بصورت تابعی از قدرت شین‌های تولیدی (P_1وP_2) نشان داد:

$$P_L = B_{11} P_1^2 + B_{22} P_2^2 + B_{12} P_1 P_2 \qquad (6-53)$$

در این رابطه B_{11}، B_{22} و B_{12}که ضرائب تلفات [1] نامیده می‌شوند، عبارتند از:

$$B_{11} = \frac{R_1}{|V_1|^2 (Pf_1)^2} + \frac{R_3}{|V_3|^2 (Pf_3)^2} \qquad (6-54)$$

$$B_{22} = \frac{R_2}{|V_2|^2 (Pf_2)^2} + \frac{R_3}{|V_3|^2 (Pf_3)^2} \qquad (6-55)$$

$$B_{12} = \frac{R_3}{|V_3|^2 (Pf_3)^2} \qquad (6-56)$$

اگر ولتاژهای خطی در معادلات فوق برحسب KV و مقاومت‌ها برحسب Ω باشند، ضرائب B برحسب $(MW)^{-1}$ و P_L برحسب MW خواهند بود.

معادله (۶-۴۸) تابع تلفات را برای سیستم با یک ژنراتور، و معادله (۶-۵۳) تابع تلفات را برای یک سیستم با دو ژنراتور نشان می‌دهد. اگر سیستم قدرت دارای سه ژنراتور باشد تلفات سیستم برحسب ضرائب تلفات و قدرت ژنراتورها به این ترتیب نوشته می‌شود:

$$P_L = B_{11}P_1^2 + B_{22}P_2^2 + B_{33}P_3^2 + 2B_{12}P_1P_2 + 2B_{23}P_2P_3 + 2B_{13}P_1P_3 \qquad (6-57)$$

و در حالت کلی، برای یک سیستم قدرت با m ژنراتور، معادله تلفات را می‌توان این چنین بیان کرد:

$$P_L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} P_i B_{ij} P_j \qquad (6-58)$$

1- Loss Coefficients

نمایش ماتریسی رابطه اخیر بصورت زیر خواهد بود:

$$P_L = P^T B P \qquad (۶-۵۹)$$

$$P = \begin{bmatrix} P_۱ \\ P_۲ \\ \vdots \\ P_m \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} B_{۱۱} & B_{۱۲} & \dots & B_{۱m} \\ B_{۲۱} & B_{۲۲} & \dots & B_{۲m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{m۱} & B_{m۲} & \dots & B_{mm} \end{bmatrix} \qquad (۶-۶۰)$$

با مشخص بودن ضرائب B می‌توان معادله P_L را برحسب قدرت‌های خروجی ژنراتورها نوشت و مقادیر $(ITL)_i = \frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ و همچنین ضرائب پنالتی را بدست آورد. سپس با معلوم بودن $(IC)_i$، ضریب لاگرانژ λ را برای شرایط بهره‌برداری اقتصادی محاسبه نمود.

مثال ۵-۶: معادله تلفات در سیستم شکل (۵-۶) و هزینه افزونی تولید دو ژنراتور بصورت زیر می‌باشند:

$$P_L = ۰/۰۰۰۲\, P_۱^۲ \quad MW$$
$$(IC)_۱ = ۸۰۰ + P_۱ \quad \text{ریال} / MWh$$
$$(IC)_۲ = ۹۰۰ + ۱/۵P_۲ \quad \text{ریال} / MWh$$

دو ژنراتور جمعاً بار $P_D = ۱۲۰۰MW$ را تغذیه می‌نمایند. قدرت‌های تولیدی $P_۱$ و $P_۲$ و ضریب لاگرانژ و تلفات سیستم را در بهترین وضعیت بهره‌برداری اقتصادی بدست آورید.

حلّ: ابتدا ضرائب پنالتی را بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_۱} = ۰/۰۰۰۴\, P_۱$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_۲} = ۰$$

$$L_۱ = \frac{۱}{۱ - ۰/۰۰۰۴P_۱} \quad , \quad L_۲ = ۱$$

شرط بهره‌برداری اقتصادی آنست که :

$$\lambda = \frac{(IC)_1}{1-(ITL)_1} = \frac{(IC)_2}{1-(ITL)_2}$$

و یا :

$$\lambda = \frac{800 + P_1}{1 - 0/0004P_1} = \frac{900 + 1/5P_2}{1}$$

معادله توازن قدرت را برای سیستم می‌نویسیم:

$$P_1 + P_2 = 1200 + 0/0002P_1^2$$

در معادله اخیر P_2 را حذف می‌کنیم تا معادله‌ای برحسب P_1 بدست آید:

$$P_1^3 - 7500P_1^2 + 2/983 \times 10^7 P_1 - 1/583 \times 10^{10} = 0$$

با حل این معادله P_1 بدست می‌آید:

$$P_1 = 619/14 \text{ MW}$$

با جایگزین کردن P_1 در معادله توازن قدرت P_2 را بدست می‌آوریم:

$$P_2 = 1200 - 0/0002P_1^2 - P_1 = 657/53 \text{ MW}$$

حال تلفات سیستم و ضریب لاگرانژ را محاسبه می‌کنیم:

$$P_L = P_1 + P_2 - P_D = 619/14 + 657/53 - 1200 = 76/67 \text{ MW}$$

$$\lambda = \frac{800 + 619/4}{1 - 0/0004 \times 619/4} = 1886/29 \text{ ریال } / \text{MWh}$$

۷-۶ محاسبه ضرائب تلفات

معادله تلفات شبکه برحسب قدرت تولیدی ژنراتورها بصورتی ضرائبی از آنها نوشته میشود که آنها را ضرائب تلفات (ضرائب B) نامیدیم. همانطوریکه دیدیم معادله تلفات یک

سیستم قدرت با m ژنراتور برحسب ضرائب B و قدرت شین‌ها بشرح زیر می‌باشد:

$$P_L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} P_i P_{ij} P_j \qquad (۶-۶۱)$$

ضرائب B تقریباً ثابت بوده و در ضمن B_{ij} و B_{ji} با هم مساوی هستند. تلفات افزونی انتقال $(ITL)_i$ به این ترتیب محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2 \sum_{j=1}^{m} B_{ij} P_j \qquad i = 1,2,...,m \qquad (۶-۶۲)$$

اگر از $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ نسبت به P_j مشتق بگیریم خواهیم داشت:

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P_L}{\partial P_i \, \partial P_j} \qquad i,j = 1,2,...,m \qquad (۶-۶۳)$$

طرف دوم معادله اخیر بطور تجربی در سیستم‌های قدرت واقعی و یا با استفاده از معادلات پخش بار بدست می‌آید. این رابطه همچنین نشان می‌دهد که B_{ij} بستگی به نقطه کاری داردکه در آن مشتق دوم P_L ارزیابی می‌شود و لذا مقدار آن ثابت نیست. مثال زیر نشان می‌دهد که تغییرات B_{ij} در بارهای مختلف زیاد نبوده و تقریباً می‌توان آن را ثابت فرض نمود.

مثال ۶-۶: در سیستم قدرت شکل (۶-۶) فرض کنید:

$V_1 = 1\angle 0^\circ \;\; PU$

$V_2 = 1\angle \delta_2 \;\; PU$

$V_3 = 1\angle \delta_3 \;\; PU$

$P_D = 3 \;\; PU$

$(IC)_i = 400 + 80 P_{Gi} \qquad i = 1,2$

$Z_{L1} = 0/00733 + j0/0489 \;\; PU$

$Z_{L2} = 0/01466 + j0/0978 \;\; PU$

قدرت تولیدی ژنراتورها را برای بهره‌برداری اقتصادی بدست آورید. در معادله $(IC)_i$ قدرت تولیدی هر یک از ژنراتورها P_{Gi} برحسب MW PU می‌باشد.

حلّ: ابتدا ماتریس Y_{bus} را بدست می‌آوریم:

$$Y_{L۱} = \frac{۱}{۰/۰۰۷۳۳ + j۰/۰۴۸۹} = ۳ - j۲۰ \quad PU$$

$$Y_{L۲} = \frac{۱}{۰/۰۱۴۶۶ + j۰/۰۹۷۸} = ۱/۵ - j۱۰ \quad PU$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} ۳ - j۲۰ & ۰ & -۳ + j۲۰ \\ ۰ & ۱/۵ - j۱۰ & -۱/۵ + j۱۰ \\ -۳ + j۲۰ & -۱/۵ + j۱۰ & ۴/۵ - j۳۰ \end{bmatrix} \quad PU$$

معادلات پخش بار سیستم را بصورت زیر داشتیم:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=۱}^{m} |Y_{ij}| \, |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=۱}^{m} |Y_{ij}| \, |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

از آنجائیکه:

$$G_{ij} = |Y_{ij}| \operatorname{Cos} \phi_{ij}$$

$$B_{ij} = |Y_{ij}| \operatorname{Sin} \phi_{ij}$$

لذا خواهیم داشت:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=۱}^{m} |V_j| \left[G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)\right] \quad (۶-۶۴)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=۱}^{m} |V_j| \left[G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)\right] \quad (۶-۶۵)$$

با جایگزینی مقادیر عددی در معادله (۶۴-۶) معادلات $P_۱$، $P_۲$ و $B_۳$ را بدست می‌آوریم:

$$P_{۱} = |V_{۱}| \Big[|V_{۱}| G_{۱۱} \text{Cos}(\delta_{۱} - \delta_{۱}) + |V_{۱}| B_{۱۱} \text{Sin}(\delta_{۱} - \delta_{۱})$$
$$+ |V_{۲}| G_{۱۲} \text{Cos}(\delta_{۱} - \delta_{۲}) + |V_{۲}| B_{۱۲} \text{Sin}(\delta_{۱} - \delta_{۲})$$
$$+ |V_{۳}| G_{۱۳} \text{Cos}(\delta_{۱} - \delta_{۳}) + |V_{۳}| B_{۱۳} \text{Sin}(\delta_{۱} - \delta_{۳}) \Big]$$

و یا:

$$P_{۱} = ۳ - ۳\text{Cos}\, \delta_{۱۳} + ۲۰\ \text{Sin}\, \delta_{۱۳} \qquad [PU\ \ MW]$$

$$P_{۲} = ۱/۵ - ۱/۵\text{Cos}\, \delta_{۲۳} + ۱۰\ \text{Sin}\, \delta_{۲۳} \qquad [PU\ \ MW]$$

$$P_{۳} = ۴/۵ - ۳\text{Cos}\, \delta_{۱۳} - ۲۰\text{Sin}\, \delta_{۱۳} - ۱/۵\text{Cos}\, \delta_{۲۳} - ۱۰\text{Sin}\, \delta_{۲۳} \quad [PU\ \ MW]$$

همچنین می‌توانیم تلفات سیستم را بدست آوریم:

$$P_L = \sum_{j=۱}^{۳} P_i = ۹ - ۶\cos \delta_{۱۳} - ۳\cos \delta_{۲۳} \qquad [PU\ \ MW]$$

در این روابط داریم:

$$\delta_{۱۳} = \delta_{۱} - \delta_{۳} = ۰ - \delta_{۳} = -\delta_{۳}$$

$$\delta_{۲۳} = \delta_{۲} - \delta_{۳}$$

ابتدا ضریب $B_{۱۲}$ را بدست می‌آوریم. با استفاده از معادله (۶۳-۶) داریم:

$$B_{۱۲} = \frac{۱}{۲} \frac{\partial^{۲} P_L}{\partial P_{۱} \partial P_{۲}} = \frac{۱}{۲} \frac{\partial}{\partial P_{۱}} \left(\frac{\partial P_L}{\partial P_{۲}}\right) = \frac{۱}{۲} \frac{\partial F_{۲}}{\partial P_{۱}}$$

مقدار $F_{۲} = \dfrac{\partial P_L}{\partial P_{۲}}$ را بترتیب زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\partial P_L}{\partial \delta_{۲۳}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{۲}} \frac{\partial P_{۲}}{\partial \delta_{۲۳}}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial \delta_{۲۳}} = ۳\ \text{Sin}\, \delta_{۲۳}$$

$$\frac{\partial P_{۲}}{\partial \delta_{۲۳}} = ۱/۵\ \text{Sin}\, \delta_{۲۳} + ۱۰\ \text{Cos}\, \delta_{۲۳}$$

$$F_{۲} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{۲}} = \frac{۳ \ Sin \ \delta_{۲۳}}{۱/۵ \ Sin \ \delta_{۲۳} + ۱۰ \ Cos \ \delta_{۲۳}}$$

حال می‌توانیم $B_{۱۲}$ را بدست آوریم:

$$\frac{\partial F_{۲}}{\partial P_{۱}} = \frac{\partial F_{۲}}{\partial \delta_{۱۳}} \Big/ \frac{\partial P_{۱}}{\partial \delta_{۱۳}}$$

چون $F_{۲}$ تابعی از $\delta_{۱۳}$ نیست لذا $\frac{\partial F_{۲}}{\partial \delta_{۱۳}} = ۰$، و در نتیجه:

$$\frac{\partial F_{۲}}{\partial P_{۱}} = ۰$$

بنابراین:

$$B_{۱۲} = \frac{۱}{۲} \frac{\partial F_{۲}}{\partial P_{۱}} = ۰$$

برای تعیین $B_{۱۱}$ با توجه به معادله (۶۳-۶) داریم:

$$B_{۱۱} = \frac{۱}{۲} \frac{\partial^{۲} P_L}{\partial P_{۱}^{۲}} = \frac{۱}{۲} \frac{\partial}{\partial P_{۱}} \left(\frac{\partial P_L}{\partial P_{۱}}\right) = \frac{۱}{۲} \frac{\partial F_{۱}}{\partial P_{۱}}$$

که در آن :

$$F = \frac{\partial P_L}{\partial P_{۱}}$$

بنابراین ابتدا $F_{۱}$ را بترتیب زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\partial P_L}{\partial \delta_{۱۳}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{۱}} \frac{\partial P_{۱}}{\partial \delta_{۱۳}}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial \delta_{۱۳}} = ۶ \ Sin \ \delta_{۱۳}$$

$$\frac{\partial P_{۱}}{\partial \delta_{۱۳}} = ۳ \ Sin \ \delta_{۱۳} + ۲۰ \ Cos \ \delta_{۱۳}$$

$$F_{۱} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{۱}} = \frac{۶ \ Sin \ \delta_{۱۳}}{۳ \ Sin \ \delta_{۱۳} + ۲۰ \ Cos \ \delta_{۱۳}}$$

با ادامه محاسبات، $B_{۱۱}$ را بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial F_1}{\partial \delta_{13}} = \frac{\partial F_1}{\partial P_1}\frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \delta_{13}} = \frac{120}{(3\ \mathrm{Sin}\ \delta_{13} + 20\ \mathrm{Cos}\ \delta_{13})^2}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial P_1} = \frac{\partial F_1}{\partial \delta_{13}} \Big/ \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}} = \frac{120}{(3\ \mathrm{Sin}\ \delta_{13} + 20\ \mathrm{Cos}\ \delta_{13})^3}$$

$$B_{11} = \frac{1}{2}\frac{\partial F_1}{\partial P_1} = \frac{60}{(3\ \mathrm{Sin}\ \delta_{13} + 20\ \mathrm{Cos}\ \delta_{13})^3}$$

اگر B_{22} را هم بهمین ترتیب محاسبه کنیم، نتیجه نهائی آن عبارتست از:

$$B_{22} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 P_L}{\partial P_2^2} = \frac{120}{(3\ \mathrm{Sin}\ \delta_{23} + 20\ \mathrm{Cos}\ \delta_{23})^3}$$

وابستگی B_{11} و B_{22} به δ_{13} و δ_{23} نشان می‌دهد که مقدار این ضرائب در بارهای مختلف، متفاوت است. لیکن چون δ_{13} و δ_{23} معمولاً حدود -10° تا 10° هستند، تغییرات B_{11} و B_{22} بسیار کم است و تقریباً می‌توان آنها را ثابت فرض نمود. با در نظر گرفتن حد متوسط برای این زوایا یعنی $\delta_{13} = \delta_{23} = 0$ مقدار تقریبی B_{11} و B_{22} را بدست می‌آوریم:

$$B_{11} = 0/0075$$
$$B_{22} = 0/015$$

حال می‌توان معادله تلفات سیستم را نوشت:

$$P_L = B_{11}P_1^2 + B_{22}P_2^2 + 2B_{12}P_1P_2$$

$$P_L = 0/0075P_1^2 + 0/015P_2^2 \quad [PU\ \ MW]$$

این معادله، رابطه P_L را برحسب قدرت شین‌ها P_i نشان می‌دهد. اگر شین‌های ۱ و ۲ نیز دارای بار باشند و بخواهیم P_L را برحسب P_{Gi} نشان دهیم، باید در رابطه فوق P_i را با $P_{Gi} - P_{Di}$ جایگزین کنیم.

محاسبات را با تعیین ضرائب پنالتی دنبال می‌کنیم :

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_{G1}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 0/015\ P_1$$

$$\frac{\partial P}{\partial P_{G2}} = 0/03\ P_2$$

$$L_1 = \frac{1}{1 - 0/015P_1}$$

$$L_2 = \frac{1}{1 - 0/03P_2}$$

برای توزیع اقتصادی بار بین ژنراتورها داریم:

$$\frac{400 + 80P_1}{1 - 0/015P_1} = \frac{400 + 80P_2}{1 - 0/03P_2}$$

$$P_1 + P_2 = (0/0075P_1^2 + 0/015P_2^2) + 3$$

با حل دو معادله فوق P_1 و P_2 و سپس P_L را بدست می‌آوریم:

$$P_1 = 1/5981\ PU = 159/81\ MW$$
$$P_2 = 1/4634\ PU = 146/34\ MW$$
$$P_L = 0/0075P_1^2 + 0/015P_2^2 = 0/0513\ PU = 5/13\ MW$$

۸-۶ استفاده از کامپیوتر در توزیع اقتصادی بار (پخش بار اقتصادی)

در یک سیستم قدرت n شینه که دارای m شین کنترل شده (دارای ژنراتـور) مـی‌باشد، جمع قدرتهای تزریقی به شین‌ها برابر است با:

$$\sum_{i=1}^{n} S_i = \sum_{i=1}^{n} V_i I_i^* \qquad (6-66)$$

که در آن S_i قدرت مختلط شین i ، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S_i = S_{Gi} - S_{Di} \qquad (6-67)$$

S_{Gi} و S_{Di} بترتیب قدرت تولیدی و قدرت مصرفی شین i می‌باشند. در رابطه (۶-۶۶) V_i و I_i نیز ولتاژ و جریان شین i هستند. جمع قدرتهای فوق $(\sum S_i)$ که به سیستم تزریق می‌شود اجباراً در خطوط انتقال سیستم مصرف می‌شود. اگر P_L و Q_L قدرت مصرفی اکتیو و راکتیو خطوط انتقال باشند، داریم:

$$P_L + jQ_L = \sum_{i=1}^{n} S_i = \sum_{i=1}^{n} V_i I_i^*$$

$$= V_1 I_1^* + V_2 I_2^* + \dots + V_n I_n^* = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & \dots & V_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}^*$$

$$P_L + jQ_L = V^T I^* \qquad (۶-۶۸)$$

در این رابطه V و I به ترتیب بردار ولتاژ شین و بردار جریان شین می‌باشند. معادله زیر رابطه بین این دو بردار را نشان می‌دهد:

$$V = Z_{bus}\, I$$

بنابراین:

$$P_L + jQ_L = (Z_{bus} I)^T I^* = I^T Z^T_{bus} I^* = I^T Z_{bus} I^* \qquad (۶-۶۹)$$

تساوی $Z^T_{bus} = Z_{bus}$ بخاطر این است که Z_{bus} یک ماتریس متقارن است. با تفکیک قسمت‌های حقیقی و موهومی ماتریس Z_{bus} و بردار I داریم:

$$Z_{bus} = R + jX = \begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1n} \\ \vdots & & \\ r_{n1} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1n} \\ \vdots & & \\ x_{n1} & \dots & x_{nn} \end{bmatrix}$$

$$I = I_a + jI_r = \begin{bmatrix} I_{a1} \\ \vdots \\ I_{an} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} I_{r1} \\ \vdots \\ I_{rn} \end{bmatrix}$$

با جایگزینی این روابط در معادله (۶-۶۹) خواهیم داشت:

$$P_L + jQ_L = (I_a + jI_r)^T (R + jX) (I_a - jI_r)$$

بنابراین:

$$P_L = I_a^T R I_a + I_r^T R I_r = \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}}^{m} r_{jk}(I_{aj} I_{ak} + I_{rj} I_{rk}) \qquad (۶-۷۰)$$

برای تعیین رابطه P_L برحسب قدرت شین‌ها، داریم:

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* = |V_i| (\mathrm{Cos}\delta_i + j\mathrm{Sin}\delta_i) (I_{ai} - jI_{ri})$$

δ_i زاویه ولتاژ V_i نسبت به زاویه شین اصلی است. با تفکیک قسمت‌های حقیقی و موهومی رابطه اخیر و حل آن برحسب I_{ai} و I_{ri} داریم:

$$I_{ai} = \frac{1}{|V_i|} (P_i \mathrm{Cos}\delta_i + Q_i \mathrm{Sin}\delta_i)$$

$$I_{ri} = \frac{1}{|V_i|} (P_i \mathrm{Sin}\delta_i - Q_i \mathrm{Cos}\delta_i)$$

با قرار دادن این دو رابطه در معادله (۶-۷۰) خواهیم داشت:

$$P_L = \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}}^{n} \left[\alpha_{jk}(P_j P_k + Q_j Q_k) + \beta_{jk}(Q_j P_k - P_j Q_k)\right] \qquad (۶-۷۱)$$

که در آن:

$$\alpha_{jk} = \frac{r_{jk}}{|V_j|\ |V_k|} \mathrm{Cos}\ (\delta_j - \delta_k) \qquad (۶-۷۲)$$

$$\beta_{jk} = \frac{r_{jk}}{|V_j|\ |V_k|} \mathrm{Sin}\ (\delta_j - \delta_k) \qquad (۶-۷۳)$$

تلفات افزونی انتقال $(ITL)_i$ با مشتق گیری از رابطه (۶-۶۸) نسبت به P_{Gi} بدست می‌آید:

$$(\mathrm{ITL})_i = \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_i}$$

$$= \sum_{\substack{j=1\\k=1}}^{n} \frac{\partial}{\partial P_i}\left[\alpha_{jk}(P_j P_k + Q_j Q_k) + \beta_{jk}(Q_j P_k - P_j Q_k)\right] \qquad (۶-۷۴)$$

گرچه معادلات (۶-۷۲) و (۶-۷۳) وابستگی α_{jk} و β_{jk} را به δ_j و δ_k و در نتیجه به قدرت شین P_i نشان می‌دهند. لیکن این وابستگی بسیار ضعیف بوده و مشتقات $\frac{\partial \alpha_{jk}}{\partial P_i}$ و $\frac{\partial \beta_{jk}}{\partial P_i}$ تقریباً صفر هستند. بنابراین در مشتق‌گیری رابطه (۶-۷۴) ضرائب α_{jk} و β_{jk} را ثابت فرض می‌کنیم، در این رابطه به ازاء $j \neq i$ و $k \neq i$ مشتق P_L نسبت به P_i صفر است. بنابر این در ارزیابی $(\mathrm{ITL})_i$ مشتق‌های موجود عبارتند از:

$j = i$ و $k = i$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\alpha_{jk} P_j P_k) = 2 P_i \alpha_{ii}$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\beta_{jk} Q_j P_k) = \frac{\partial}{\partial P_i}(\beta_{jk} P_j Q_k) = Q_i \beta_{ii}$$

$k \neq i$ و $j = i$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\alpha_{jk} P_j P_k) = P_k \alpha_{ik}$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\beta_{jk} P_j Q_k) = Q_k \beta_{ik}$$

$k = i$ و $j \neq i$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\alpha_{jk} P_j P_k) = P_j \alpha_{ji}$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\beta_{jk} P_j Q_k) = Q_k \beta_{ij}$$

با قرار دادن این مشتقات در رابطه (۶-۷۴) خواهیم داشت:

$$(ITL)_i = ۲P_i\alpha_{ii} + \sum_{\substack{k=۱\\ \neq i}}^{n}(\alpha_{ik}P_k - \beta_{ik}Q_k) + \sum_{\substack{j=۱\\ \neq i}}^{n}(\alpha_{ji}P_j + \beta_{ji}Q_j)$$

با توجه به روابط (۷۲-۶) و (۷۳-۶) داریم:

$$\alpha_{jk} = \alpha_{kj}$$

$$\beta_{jk} = -\beta_{kj}$$

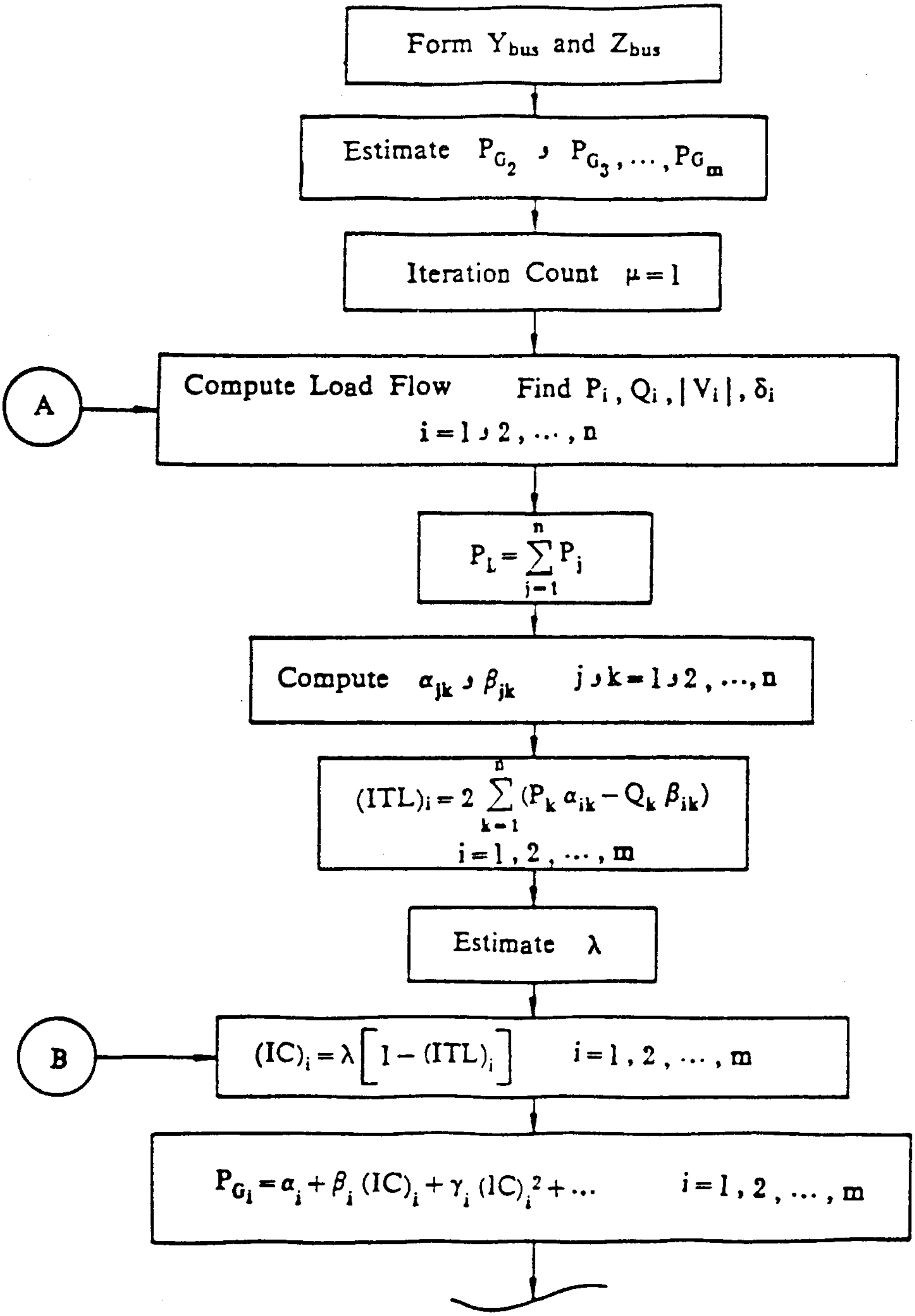
بنابراین:

$$(ITL)_i = ۲P_i\alpha_{ii} + ۲\sum_{\substack{k=۱\\ \neq i}}^{n}(P_k\alpha_{ik} - Q_k\beta_{ik})$$

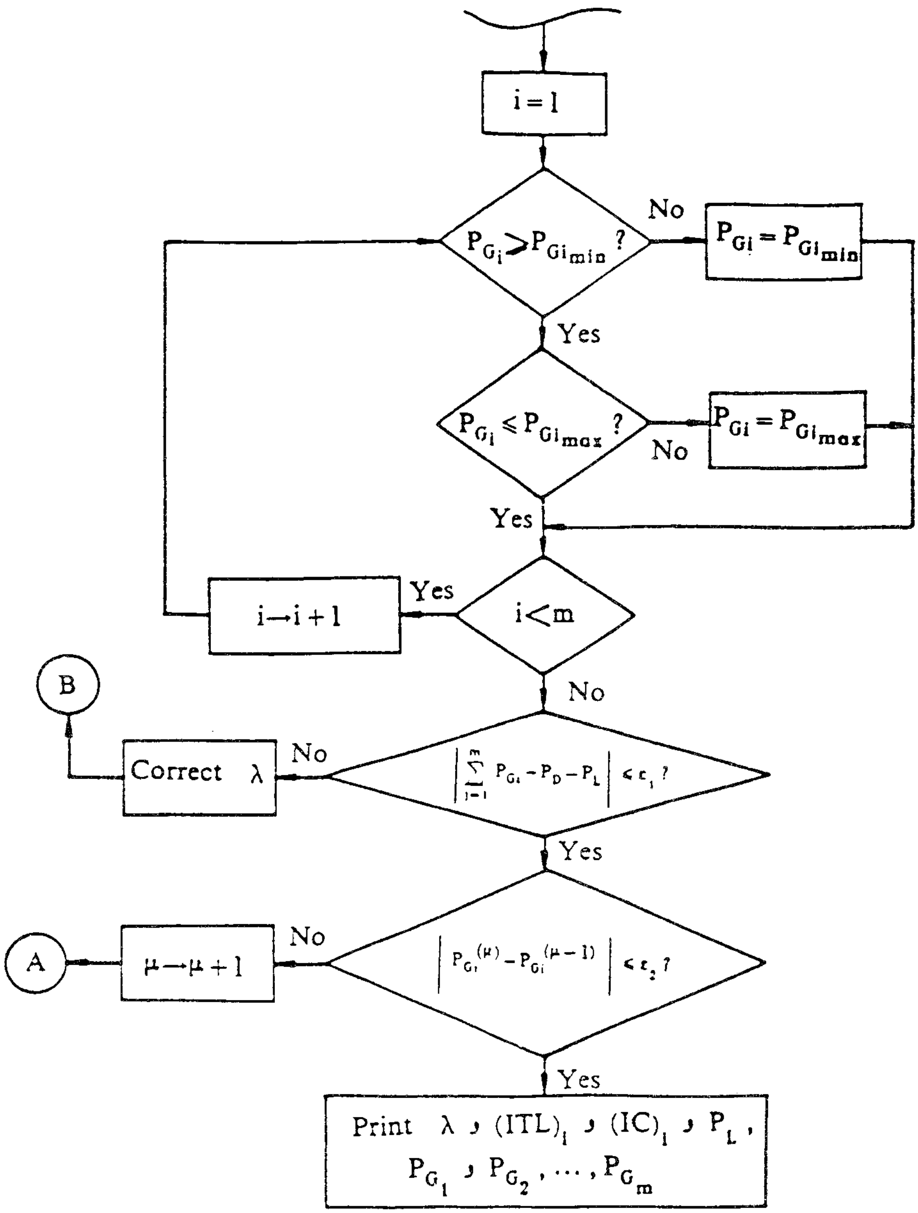
و یا:

$$(ITL)_i = ۲\sum_{k=۱}^{n}(P_k\alpha_{ik} - Q_k\beta_{ik}) \qquad i = ۱,۲,...,m \qquad (۶-۷۵)$$

با توجه به نتایج بدست آمده، فلوچارت عملیات کامپیوتری پخش بار اقتصادی در یک سیستم قدرت n شینه که دارای m ژنراتور می‌باشد، در شکل (۸-۶) نشان داده شده‌است.



شکل ۸-۶: فلوچارت محاسبات پخش بار اقتصادی


i = 1
$P_{G_i} > P_{Gi_{min}}$?
No
$P_{Gi} = P_{Gi_{min}}$
Yes
$P_{G_i} \leq P_{Gi_{max}}$?
No
$P_{Gi} = P_{Gi_{max}}$
Yes
Yes
$i \rightarrow i + 1$
$i < m$
No
B
Correct λ
No
$\left| \sum_{i=1}^{m} P_{G_i} - P_D - P_L \right| < \varepsilon_1$?
Yes
A
$\mu \rightarrow \mu + 1$
No
$\left| P_{G_i}^{(\mu)} - P_{G_i}^{(\mu-1)} \right| < \varepsilon_2$?
Yes
Print λ و $(ITL)_i$ و $(IC)_i$ و P_L ,
P_{G_1} و $P_{G_2}, \ldots, P_{G_m}$

مسائل فصل ششم

۶-۱ در یک نیروگاه حرارتی، تابع هزینه (مشخصه ورودی - خروجی) ژنراتور بشرح زیر داده شده‌است:

P	۵۰	۷۵	۱۰۰	۱۲۰	MW
C	۶	۸	۹/۵	۱۰/۵	$x10^{4}$ ریال / h

معادله تابع هزینه C(P) را بصورت تابع درجه ۲ $C = \alpha + \beta P + \gamma P^{2}$ بدست آورید.

۶-۲ معادلات هزینه افزونی تولید انرژی الکتریکی دو ژنراتور در یک نیروگاه برحسب ریال برمگاوات ساعت بصورت زیر مشخص می‌باشند:

$$(IC)_{1} = 800 + 0/85P_{1}$$
$$(IC)_{2} = 700 + 0/75P_{2}$$

با رکل نیروگاه از ۲۵۰ تا ۱۵۰۰ مگاوارت متغیر است. قدرت‌های تولیدی حداقل و حداکثر هر ژنراتور بترتیب ۱۰۰ و ۷۵۰ مگاوات می‌باشند.

الف) توزیع اقتصادی بار بین دو ژنراتور و ضریب لاگرانژ را در بارهای مختلف بدست آورید.

ب) اگر در بار ۱۲۰۰ مگاوات، قدرت تولیدی دو ژنراتور طوری تنظیم شود که هرکدام نصف بار را تأمین کند، هزینه اضافی سالانه را در مقایسه با توزیع اقتصادی بدست آورید.

۶-۳ در یک سیستم قدرت با سه ژنراتور، مشخصه‌های $(IC)_{i}$ برحسب P_{Gi} مطابق زیر می‌باشند:

$$(IC)_{1} = 900 + 4P_{G1} + \gamma_{1} P_{G1}^{2}$$

$$(IC)_{2} = 750 + 3P_{G2} + \gamma_{2} P_{G2}^{2}$$

$$(IC)_{3} = 800 + 2/8P_{G3} + \gamma_{3} P_{G3}^{2}$$

که در آنها $(IC)_i$ و P_{Gi} بترتیب برحسب MWh / ریال و MW هستند. کل بارهای این سیستم ۵۰۰ مگاوات می‌باشد. چنانچه از تلفات سیستم صرفنظر شود:

الف) با تقریب $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$ مشخصه‌های $(IC)_i$ را خطی فرض کرده و قدرت‌های بهینه اقتصادی هر ژنراتور را بدست آورید.

ب) به ازاء $\gamma_1 = 0/011$، $\gamma_2 = 0/0075$ و $\gamma_3 = 0/01$ توزیع اقتصادی بار را بدست آوردید. (ابتدا مقدار مناسبی برای λ تخمین بزنید و سپس با استفاده از روش‌های مبتنی بر تکرار، محاسبه را تا وصول خطای قدرت $|\sum P_{Gi} - P_D|$ با تقریب ۰/۱ مگاوات ادامه دهید).

۶-۴ درمسأله (۳-۶ الف) با توجه به قیود نامعادله‌ای زیر توزیع اقتصادی بار بین ژنراتورها را بدست آوردید.

$$100 \le P_{Gi} \le 220 \text{ MW} \qquad i = 1,2,3$$

۶-۵ در شکل (۷-۶) اگر فرض کنیم بجای معادله $P_D \approx P_1 + P_2$ رابطه زیر را در تعیین ضرائب B در نظر بگیریم:

$$|I_1 + I_2| = |I_1| + |I_2|$$

ثابت کنید که ضرائب تلفات بترتیب زیر محاسبه می‌شوند:

$$B_{11} = \frac{R_1 + R_3}{|V_1|^2 (Pf_1)^2}$$

$$B_{12} = \frac{R_3}{|V_1|\,|V_2|\,(Pf_1)(Pf_2)}$$

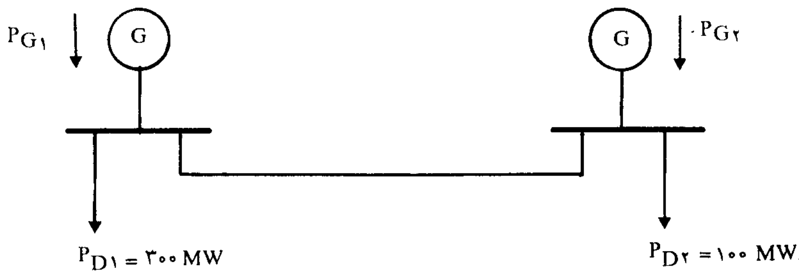
$$B_{22} = \frac{R_2 + R_3}{|V_2|^2 (Pf_2)^2}$$

۶-۶ در سیستم قدرت شکل (۹-۶)، معادلات هزینه افزونی تولید و تلفات سیستم بصورت زیر می‌باشند:

$$(IC)_i = 700 + 2P_{Gi} \qquad i = 1,2$$

$$P_L = 0/0008\,(P_{G2} - 100)^2$$

که در آنها P_L و P_G برحسب MW و $(IC)_i$ برحسب MWh / ریال می‌باشند. توزیع اقتصادی بار بین ژنراتورها، ضریب لاگرانژ و تلفات سیستم را در شرایط بهره‌برداری اقتصادی محاسبه کنید.



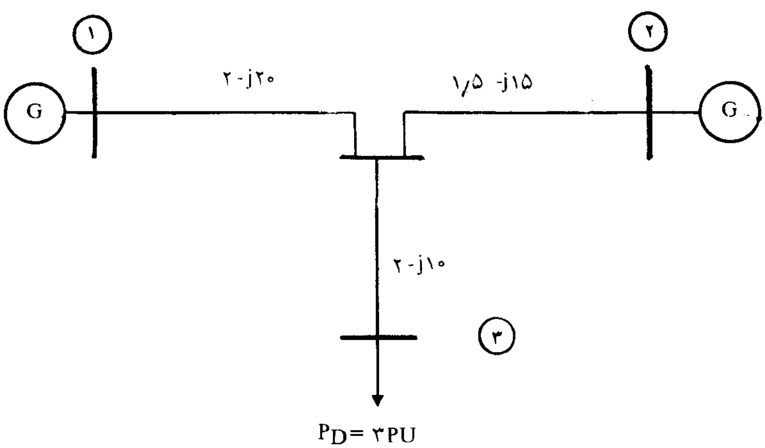
شکل ۹-۶: مربوط به مسأله (۶-۶)

۷-۶ در سیستم قدرت شکل (۱۰-۶) مقادیر مشخص شده خطوط برحسب ادمیتانس در سیستم PU هستند. ولتاژ شین‌ها را بصورت زیر در نظر بگیرید:

$$V_۱ = ۱ \angle ۰^\circ \quad PU$$

$$V_۲ = ۱ \angle \delta_۲ \quad PU$$

$$V_۳ = ۱ \angle \delta_۲ \quad PU$$



شکل ۱۰-۶: مربوط به مسأله (۷-۶)

هزینه افزونی تولید نیروگاهها بشرح زیر است:

$$(IC)_i = ۴۰۰ + ۸۰P_{Gi} \qquad i = ۱,۲$$

الف) ماتریس Y_{bus} (۴×۴) را بدست آورده، با حذف شین ۴ ماتریس Y_{bus} (۳×۳) را برای شین‌های ۱ و ۲ و ۳ تشکیل دهید.
ب) توزیع اقتصادی بار بین ژنراتورها را پس از تعیین ضرائب B بدست آورید.

۶-۸ در یک سیستم قدرت شامل دو ژنراتور داریم:

$$(IC)_۱ = ۸۰۰ + ۰/۸P_{G۱}$$

$$(IC)_۲ = ۹۰۰ + ۱/۲P_{G۲}$$

اگر $(ITL)_۲ = ۰/۲$ و قدرت تولیدی هر یک از ژنراتورها در شرایط بهره‌برداری اقتصادی ۵۰۰ مگاوات باشد، ضریب پنالتی نیروگاه ۱ را بدست آورید.

۶-۹ در شکل (۱۱-۶) اطلاعات زیر داده شده‌است:

$$(IC)_۱ = ۴۱۰ + ۰/۷P_{G۱} \qquad \text{ریال} / MWh$$

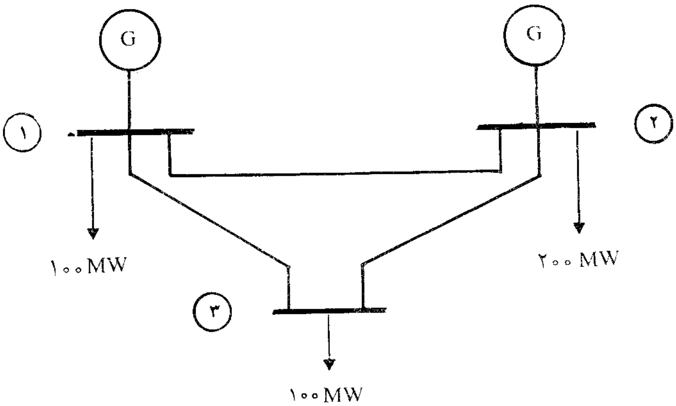
$$(IC)_۲ = ۴۱۰ + ۰/۷P_{G۲} \qquad \text{ریال} / MWh$$

$$B_{۱۱} = ۰/۱ \times ۱۰^{-۲}\ (MW)^{-۱}$$

$$B_{۲۲} = ۰/۱۳ \times ۱۰^{-۲}\ (MW)^{-۱}$$

$$B_{۱۲} = -۰/۰۰۵ \times ۱۰^{-۲}\ (MW)^{-۱}$$

قدرت تولیدی ژنراتورها را در شرایط بهره‌برداری اقتصادی بدست آورید.



شکل ۱۱-۶: مربوط به مسأله (۹-۶)

۱۰-۶ در سیستم قدرت شکل (۱۲-۶)، تابع هزینه افزونی تولید هر یک از ژنراتورها برحسب قدرت تولیدی آن ژنراتور، ولتاژ و ضریب قدرت هر یک از شین‌های ۱ و ۲ و مقاومت اهمی خط انتقال بترتیب زیر داده شده‌اند:

a) IC = ۷۵۰ + ۰/۸P

b) IC = ۶۰۰ + P

c) IC = ۹۳۰ + ۰/۸P

d) IC = ۷۶۰ + P

e) IC = ۸۱۰ + ۱/۲P

$|V_1|$ = ۲۰ KV

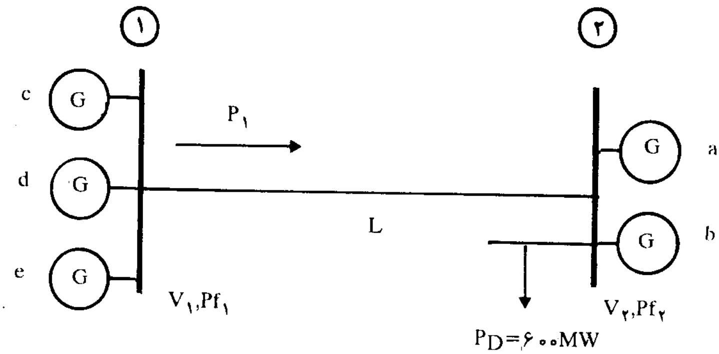
$|V_2|$ = ۲۰ KV

Pf_1 = ۰/۸

Pf_2 = ۱

R = ۰/۸ Ω

قدرت تولیدی هر یک از ژنراتورهای a ، b ، c ، d و e را برای بهره‌برداری اقتصادی بدست آورید. از تلفات خط انتقال صرفنظر نشود.



شکل ۱۲-۶: مربوط به مسأله (۱۰-۶)

فصل هفتم

اتصال کوتاه متقارن

۷-۱ مقدمه

براثر وقوع اتصال کوتاه [1] در یک سیستم قدرت، جریان اتصال کوتاه توسط ولتاژ داخلی ژنراتور، امپدانس ژنراتور و امپدانس بین محل وقوع اتصال کوتاه تا ترمینالهای ژنراتور بدست می‌آید. جریانی که بلافاصله پس از وقوع اتصال کوتاه در ماشین سنکرون بوجود می‌آید با جریان عبوری پس از چند سیکل و یا جریان حالت ماندگار اتصال کوتاه کاملاً متفاوت است و علت آن تأثیر عکس‌العمل آرمیچر در ماشین است که در لحظه وقوع اتصال کوتاه وجود ندارد و بتدریج در ماشین پدید می‌آید. در این فصل روش‌های محاسبه جریان‌های اتصال کوتاه در مقاطع زمانی مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در فصل ۴، مطالعه پخش بار، حالت ماندگار سیستم را بررسی کردیم. در فصل ۵ نیز تغییرات و اختلالات جزئی سیستم را مورد مطالعه قرار دادیم. بررسی اختلالات بزرگ و ناگهانی، تحت عنوان خطاها [2]، در سیستم‌های قدرت اهمیت ویژه‌ای دارد که در این فصل و فصول بعدی به آن می‌پردازیم. انواع اتصال کوتاه‌ها و باز شدن (یا پاره شدن) خطوط انتقال از مهمترین خطاها در سیستم‌های قدرت محسوب می‌شوند. علل پیدا شدن خطاها عبارتند از:

۱- صاعقه

۲- سالم نبودن تجهیزات و لوازم سیستم

۳- شرایط جوی مانند باران، باد، یخ‌بندان شدید و ...

۴- برخورد وسائل نقلیه زمینی با دکلها، و برخورد وسائل نقلیه هوائی با هادیهای خطوط انتقال

۵- سقوط درختان بر روی هادیهای خط انتقال

۶- برخوردپرندگان با هادیهای خطوط انتقال و یا ورود حیوانات به پست‌ها و کلیدخانه‌ها

1- Short Circuit　2- Faults

۷- عوامل تصادفی و اتفاقات غیر قابل پیش‌بینی
خطاهائی که براثر عوامل فوق‌الذکر در سیستم‌های قدرت پدید می‌آیند، به ترتیب میزان شدت بصورت زیر طبقه‌بندی می‌شوند:

الف) اتصال کوتاه متقارن (سه فاز) [1] . این اتصال کوتاه براثر اتصال و یا برخورد سه فاز به یکدیگر بوجود می‌آید. ممکن است سه فاز همزمان به زمین هم متصل گردند. در هر صورت در اتصال کوتاه متقارن، سیستم حالت تقارن خود را از دست نداده و متقارن می‌باشد.

ب) اتصال کوتاه دو فاز. در اینصورت باید دو حالت را مورد بررسی قرار داد. در حالت اول دو فاز فقط به یکدیگر وصل می‌شوند (اتصال کوتاه دو فاز بیکدیگر) [2] ، و در حالت دوم دو فاز همزمان به زمین متصل می‌گردند (اتصال کوتاه دو فاز به زمین) [3] .

ج) اتصال کوتاه یک فاز به زمین [4] .

د) از هم گسیختگی و یا پاره شدن هادیهای خط انتقال [5] .

اغلب اتصال کوتاه‌ها در سیستم‌های قدرت (بیش از ۷۵٪) از نوع اتصال کوتاه یک فاز به زمین می‌باشند که معمولاً براثر شکست الکتریکی و ایجاد جرقه روی مقره‌ها پدید می‌آیند. احتمال وقوع اتصال کوتاه دو فاز نیز بیشتر از اتصال کوتاه متقارن می‌باشد. گرچه احتمال وقوع اتصال کوتاه متقارن بسیار کم (حدود ۵٪) می‌باشد، لیکن از آنجائیکه بدترین وضعیت را برای سیستم بوجود می‌آورد، بسیاری از محاسبات کلاسیک نظیر انتخاب کلیدهای قدرت، بررسی پایداری گذرا و ... برمبنای جریانهای اتصال کوتاه متقارن بنا شده‌اند.
ظرفیت انتقال قدرت یک خط انتقال براثر اتصال کوتاه متقارن به صفر می‌رسد، در حالیکه در اتصال کوتاه‌های نامتقارن [6] (ب و ج فوق‌الذکر) قسمتی از قدرت قبلی خط منتقل می‌گردد. علاوه برکاهش ظرفیت انتقال قدرت، جریانهای زیاد اتصال کوتاه می‌توانند به وسائل و تجهیزات سیستم آسیب بزنند، و لذا محل‌های اتصال کوتاه شده در اسرع وقت باید از سیستم قدرت جدا شوند. بنابراین مطالعه سیستم قدرت در شرایط اتصال کوتاه برای حفاظت سیستم و تعیین مقادیر نامی کلیدهای قدرت و رله‌ها کاملاً ضروری می‌باشد.

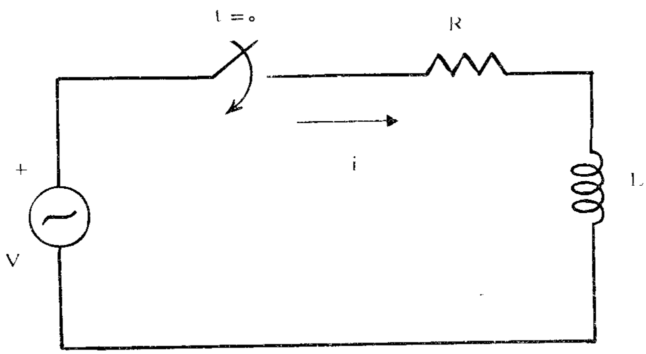
1- symmetrical (Three Phase) Short Circuit
2- Line - to - Line
3- Double Line -to - Ground
4- Single Line - to - Ground
5- Open Conductor Fault
6- Unsymmetrical Short Circuit

بسیاری از اتصال کوتاه‌ها موقتی بوده و خودبخود برطرف می‌شوند. بهمین منظور در عمل در بعضی نقاط سیستم از کلیدهای وصل مجدد [1] استفاده می‌شود. این کلیدها پس از وقوع اتصال کوتاه یک یا دو بار وصل می‌شوند تا از برطرف شدن اتصال کوتاه مطمئن شوند. اگر پس از یک یا دوبار وصل مجدد، هنوز اتصال کوتاه برقرار باشد، کلید بطور دائمی باز خواهدماند.

از آنجائیکه جریان‌های کاپاسیتیو خطوط انتقال و جریان بارها در مقایسه با جریان‌های اتصال کوتاه بسیار کم می‌باشند، از کاپاسیتانس خطوط و اثر بارها در اغلب محاسبات اتصال کوتاه صرفنظر خواهدشد.

۲-۷ بررسی مدار سری RL در حالت گذرا

هنگامی که در ترمینالهای خروجی یک ژنراتور سنکرون بی‌بار اتصال کوتاه متقارن اتفاق می‌افتد، مدار معادل یکفاز آن قابل مقایسه با مدار سری RL است که ولتاژ سینوسی $V=V_{max}Sin(\omega t + \alpha)$ به آن اعمال می‌شود که در آن t در لحظه اعمال ولتاژ صفر است. بنابراین α مقدار دامنه ولتاژ را هنگام بسته شدن کلید مشخص می‌کند. شکل (۱-۷) مدار RL مذکور را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۷: مدار سری RL

معادله دیفرانسیل این مدار عبارتست از:

$$V_{max}\,Sin(\omega t + \alpha) = Ri + L\frac{di}{dt}$$

1- Reclosure Breakers

با این حل معادله، جریان i را بدست می‌آوریم:

$$i = \frac{V_{max}}{|Z|}\left[\,\text{Sin}\,(\omega t + \alpha - \theta) - e^{-\frac{R}{L}t}\,\text{Sin}(\alpha - \theta)\right] \qquad (۷-۱)$$

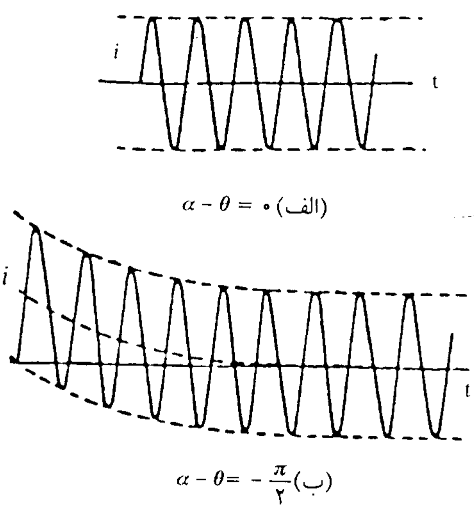
که در آن:

$$|Z| = \sqrt{R^{۲} + \omega^{۲}L^{۲}}$$

$$\theta = \tan^{-۱}\frac{\omega L}{R}$$

جملهٔ اول معادله (۷-۱) که نسبت به زمان بطور سینوسی تغییر می‌نماید، پاسخ ماندگار بوده، و جملهٔ دوم که به مؤلفه DC معروف است پاسخ گذرای مدار است و نسبت به زمان بصورت نمائی و با ثابت زمانی $\frac{L}{R}$ تغییر می‌نماید. دامنه مؤلفه DC به مقدار لحظه‌ای ولتاژ هنگام بسته شدن کلید و همچنین به ضریب قدرت مدار RL بستگی دارد. این مؤلفه در $\alpha - \theta = ۰$ حداقل می‌باشد و مقدار آن به صفر می‌رسد و به ازاء $\alpha - \theta = -\frac{\pi}{۲}$ مقدار اولیه آن با دامنه موج سینوسی یعنی $\frac{V_{max}}{|Z|}$ مساوی است.

در شکل (۷-۲) منحنی تغییرات جریان مدار RL در این دو حالت نشان داده شده‌است.

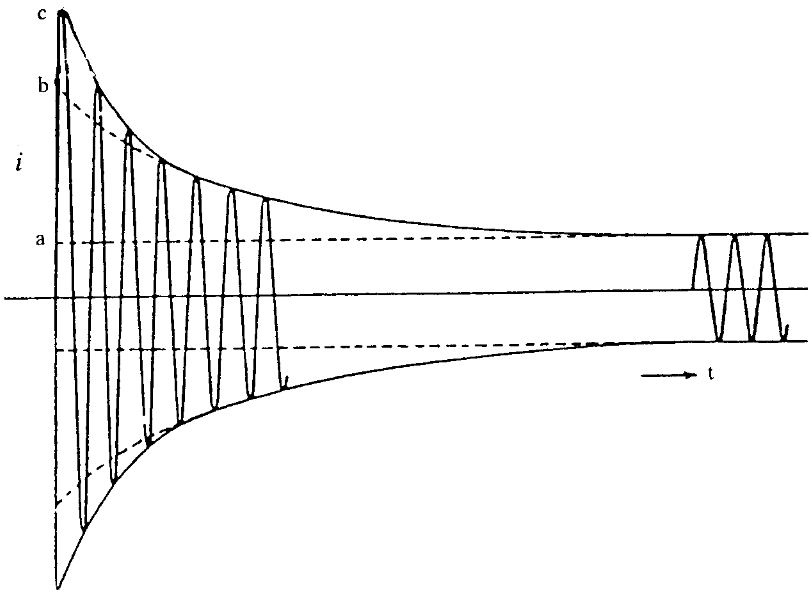


شکل ۷-۲: منحنی تغییرات جریان در مدار سری RL

۳-۷ اتصال کوتاه در ماشین سنکرون بی‌بار

در فصل دوم اساس کار ماشین سنکرون و مدار معادل آنرا بررسی کردیم. هنگامی که یک ژنراتور سنکرون اتصال کوتاه می‌شود، ظاهراً جریان اتصال کوتاه مشابه جریان یک مدار سری RL است که به آن ولتاژ سینوسی اعمال می‌گردد. لیکن اختلاف اساسی بین این دو حالت وجود دارد، زیرا جریان عبوری از آرمیچر روی میدان دوار ماشین تأثیر می‌گذارد.

اگر در ترمینالهای خروجی یک ژنراتور سنکرون بی‌بار اتصال کوتاه متقارن بوقوع پیوندد،با قراردادن یک اسیلوگرام جریان در یکی از فازهای ژنراتور می‌توان تغییرات جریان اتصال کوتاه را نسبت به زمان رسم و مورد بررسی قرار دارد. شکل (۳-۷) این تغییرات را در حالتی که مؤلفه DC حذف شده‌است نشان می‌دهد. مقایسه شکل‌های (۲-۷ الف) و (۳-۷) اختلاف تأثیر یک ولتاژ سینوسی به مدار سری RL را با ژنراتور سنکرون اتصال کوتاه شده نشان می‌دهد. در هر دو شکل مؤلفه DC صفر می‌باشد.



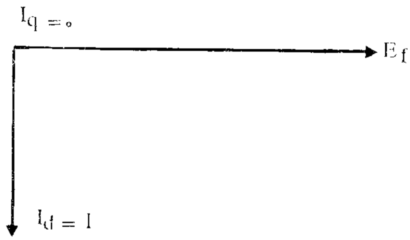
شکل ۳-۷: تغییرات جریان اتصال کوتاه متقارن در ژنراتور سنکرون بی‌بار

شکل (۳-۷) نشان می‌دهد که جریان اتصال کوتاه در چند سیکل اولیه (دو الی سه سیکل) خیلی بیشتر از سیکل‌های بعدی است و علت آن این است ک شار مغناطیسی در فاصله هوائی ماشین در لحظه وقوع اتصال کوتاه بسیار زیاد است و پس از عبور جریان اتصال کوتاه از

آرمیچر، شار مذکور کاهش می‌یابد. در مدار معادل ماشین سنکرون، تأثیر جریان آرمیچر برشار مغناطیسی فاصله هوائی (عکس العمل آرمیچر) را بررسی کردیم. راکتانس سنکرون در مدار معادل مذکور، تأثیر عکس‌العمل آرمیچر را منظور نموده‌است و لذا مدار معادل بدست آمده برای محاسبات حالت ماندگار سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد.

هنگامی که در یک ماشین سنکرون اتصال کوتاه اتفاق می‌افتد، مدت زمانی طول می‌کشد تا شار مغناطیسی فاصله هواکم شود و عکس‌العمل آرمیچر بوجود آید. با کاهش شار فاصله هوا جریان آرمیچر کاهش می‌یابد، زیرا ولتاژ تولید شده توسط شار مذکور تعیین کننده جریان آرمیچر از مسیر مقاومت اهمی و راکتانس سیم‌پیچ آرمیچر می‌باشد.

از آنجائیکه مقاومت اهمی آرمیچر در مقایسه با راکتانس القائی ماشین قابل صرفنظر است، جریان اتصال کوتاه مطابق شکل (۴-۷) تقریباً ۹۰ درجه از ولتاژ بی‌باری E_f عقب‌تر می‌باشد.



شکل ۴-۷: جریان‌های محور مستقیم و عمودی در حالت اتصال کوتاه

با توجه به شکل (۴-۷) جریان محور مستقیم با جریان اتصال کوتاه برابر بوده و جریان محور عمودی صفر است. معادله زیر ولتاژ بی‌باری ژنراتور E_f را برحسب این جریان‌ها نشان می‌دهد:

$$E_f = V + I_a R_a + jI_d X_d + jI_q X_q$$

در شرایط اتصال کوتاه با قراردادن $I_d = I$ و $I_q = 0$ ، $R_a = 0$ و $V = 0$ در رابطه اخیر داریم:

$$E_f = jIX_d \qquad (۷-۲)$$

و این رابطه نشان می‌دهد که در محاسبات اتصال کوتاه سیستم‌های قدرت، باید از راکتانس محور مستقیم (X_d) استفاده نمود.

در شکل (۳-۷) oa مقدار ماکزیمم "جریان ماندگار اتصال کوتاه" [۱] می‌باشد راکتانس سنکرون و یا "راکتانس محور مستقیم" [۲] با توجه به رابطه (۲-۷) از معادله زیر تعریف می‌شود:

$$|I| = \frac{oa}{\sqrt{۲}} = \frac{|E_f|}{X_d} \qquad (۷-۳)$$

که در آن $|I|$ مقدار مؤثر جریان ماندگار اتصال کوتاه و X_d راکتانس محور مستقیم ماشین می‌باشند.

اگر از چند سیکل اول که در آن دامنه جریان بشدت کاهش می‌یابد صرفنظر کنیم، طول ob نشان دهنده مقدار ماکزیمم "جریان گذرای اتصال کوتاه" [۳] می‌باشد. در اینصورت اگر E_f را ثابت فرض کنیم، باید راکتانس جدیدی را برای ماشین تعریف کنیم که به "راکتانس گذرای محور مستقیم" [۴] موسوم است و از رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$|I'| = \frac{ob}{\sqrt{۲}} = \frac{|E_f|}{X'_d} \qquad (۷-۴)$$

در این معادله $|I'|$ مقدار مؤثر جریان گذرای اتصال کوتاه می‌باشد.

جریانی که بلافاصله پس از وقوع اتصال کوتاه از آرمیچر عبور می‌کند به "جریان زیر گذرای اتصال کوتاه" [۵] I'' معروف است. راکتانس مربوط به این جریان که به "راکتانس زیرگذرای محور مستقیم" [۶] موسوم است از رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$|I''| = \frac{oc}{\sqrt{۲}} = \frac{|E_f|}{X''_d} \qquad (۷-۵)$$

شکل‌های (۵-۷) و (۶-۷) تغییرات مقدار مؤثر جریان اتصال کوتاه و راکتانس محور مستقیم ماشین و تقریب‌های پله‌ای این کمیت‌ها را برحسب زمان نشان می‌دهند. زمان زیرگذرا t_{st} حدود ۲ سیکل (۰/۰۴ ثانیه) بوده و زمان گذرا t_{tr} حدود ۲۵ سیکل (۰/۵ ثانیه) می‌باشد.

1- Steady State Short Circuit Current

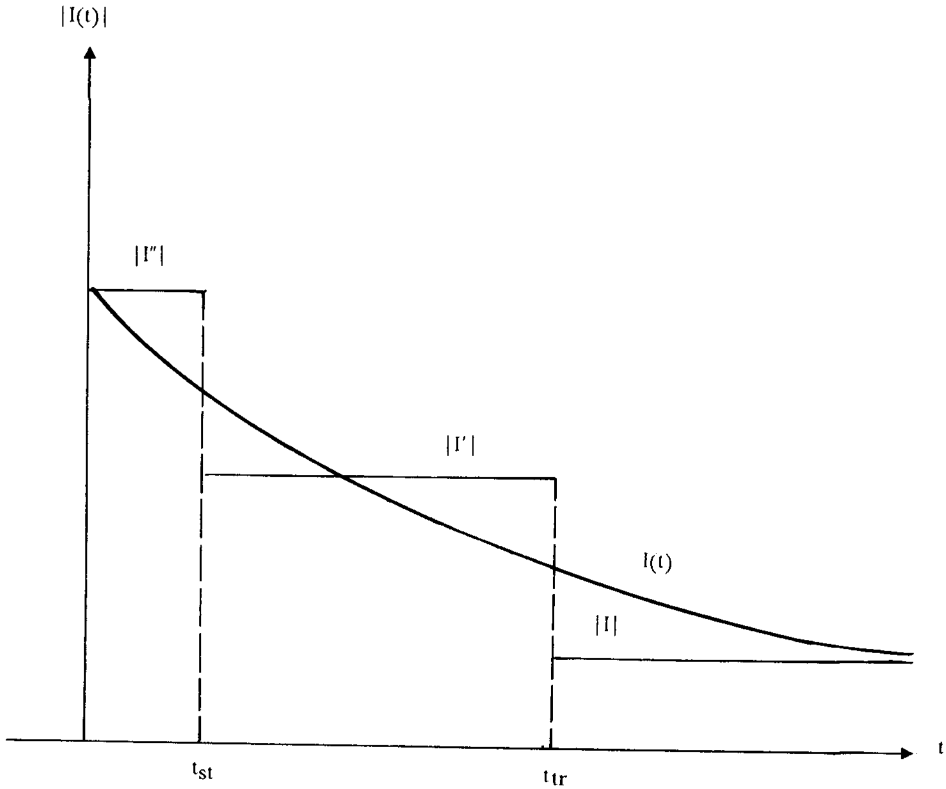
2- Direct-Axis Reactance

3- Transient Short-Circuit Current

4- Direct-Axis Transiet Reactance

5- Subtransient Short-Circuit Current

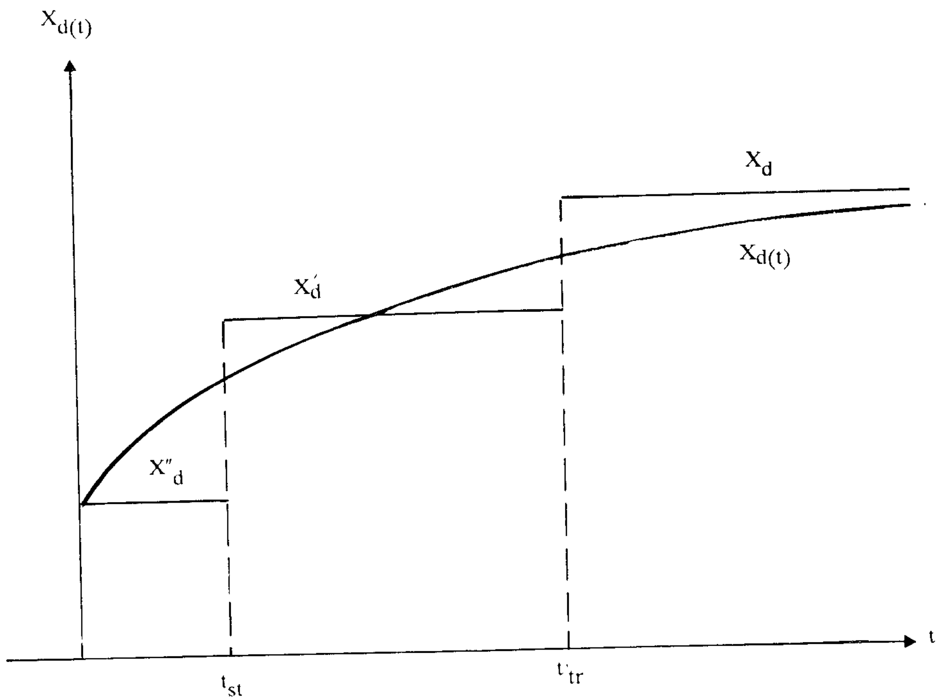
6- Direct-Axis Subtransient Reactance



شکل ۵-۷: تغییرات مقدار مؤثر جریان اتصال کوتاه و تقریب‌های پله‌ای آن

جریان زیرگذرای اتصال کوتاه |I″| خیلی بیشتر از جریان ماندگار اتصال کوتاه |I| می‌باشد. بنابراین ولتاژ بی‌باری ماشین بلافاصله پس از وقوع اتصال کوتاه بیشتر از ولتاژ بی‌باری حالت ماندگار است، لیکن برای محاسبه جریان‌های اتصال کوتاه، ولتاژ بی‌باری $|E_f|$ را ثابت فرض نموده و راکتانس‌های مختلفی را در سه حالت ماندگار، گذرا و زیرگذرا در نظر می‌گیریم. جدول (۱-۷) مقادیر عمومی [1] راکتانس‌ها را در ماشین‌های سنکرون برحسب PU نشان می‌دهد. راکتانس‌های توالی منفی (X_-) و توالی صفر (X_0) که در جدول نشان داده شده‌اند در فصل هفتم معرفی خواهند شد.

1- Typical Values



شکل ۶-۷: تغییرات راکتانس محور مستقیم ماشین و تقریب‌های پله‌ای آن

جدول ۱-۷: مقادیر عمومی راکتانس‌ها در ماشین سنکرون برحسب PU

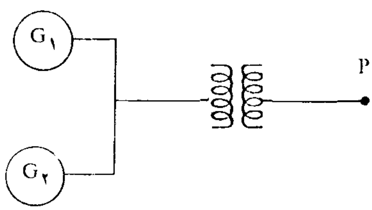
	X_d	X'_d	X''_d	X_-	X_0
توربوژنراتورهای دوقطب	۰/۹۵-۱/۴۵	۰/۱۲-۰/۲۱	۰/۰۷-۰/۱۴	۰/۰۷-۰/۱۴	۰/۰۱-۰/۰۸
توربوژنراتورهای چهار قطب	۱/۰۰-۱/۴۵	۰/۲-۰/۲۸	۰/۱۲-۰/۱۷	۰/۱۲-۰/۱۷	۰/۰۱۵-۰/۱۴
ژنراتورهای با قطب‌برجسته	۰/۶-۱/۵	۰/۲-۰/۵	۰/۱۳-۰/۳۲	۰/۱۳-۰/۳۲	۰/۰۳-۰/۲۳
کندانسورهای سنکرون	۱/۲۵-۲/۲۰	۰/۳-۰/۶	۰/۱۹-۰/۳۸	۰/۱۸-۰/۳۷	۰/۰۲۵-۰/۱۶

مثال ۱-۷: شکل (۷-۷) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت را نشان می‌دهد. مشخصات سیستم بشرح زیر است:

ژنراتور G_1 : ۷۵ MVA ، ۲۰ KV ، $X''_d = \%۱۵$

ژنراتور G_2 : ۱۰۰ MVA ، ۲۰ KV ، $X''_d = \%۲۰$

ترانسفورماتور : ۱۵۰ MVA ، ۱۳۲/۲۰ KV ، $X_d = \%۱۵$



شکل ۷-۷: مربوط به مثال ۱-۷

هنگامی که در شرایط بی‌باری سیستم، ولتاژ طرف فشار قوی ترانسفورماتور ۱۲۸ کیلوولت بوده‌است، اتصال کوتاه متقارنی در نقطه P بوقوع می‌پیوندد. جریان زیرگذرای اتصال کوتاه در محل وقوع و در هر یک از ژنراتورها را بدست آورید.

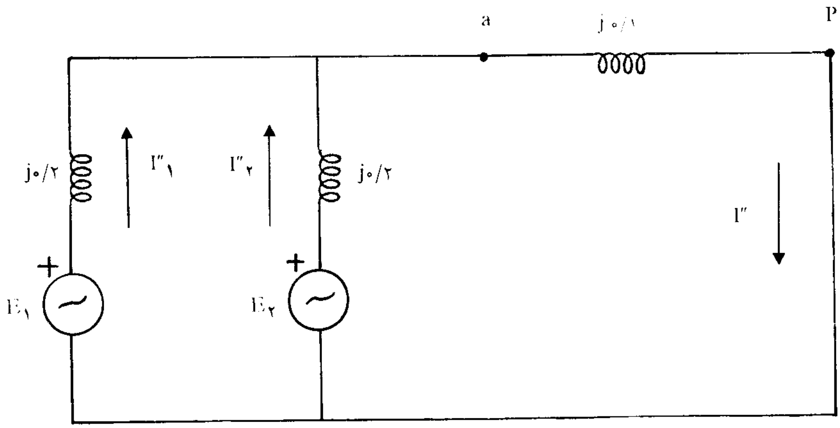
حلّ: قدرت مبنا را ۱۰۰ مگاولت آمپر، و ولتاژهای مبنا در طرف‌های فشار قوی و فشار ضعیف ترانسفورماتور را بترتیب ۱۳۲ کیلوولت و ۲۰ کیلوولت انتخاب می‌کنیم. راکتانس ژنراتور G_1 در مبنای انتخاب شده برابر است با:

$$X''_d = ۰/۱۵ \left(\frac{۱۰۰}{۷۵}\right) = ۰/۲ \text{ PU}$$

راکتانس ترانسفورماتور نیز بهمین ترتیب محاسبه شود:

$$X = ۰/۱۵ \left(\frac{۱۰۰}{۱۵۰}\right) = ۰/۱ \text{ PU}$$

مدار معادل سیستم قدرت با توجه به مقادیر راکتانس‌ها در شکل (۸-۷) رسم شده‌است. اتصال کوتاه در نقطه P با اتصال آن به نقطه صفر سیستم نشان داده شده‌است.



شکل ۸-۷: دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۷-۷) در حالت اتصال کوتاه

در شرایط بی‌باری قبل از وقوع اتصال کوتاه داریم:

$$E_۱ = E_۲ = V_P = \frac{۱۲۸}{۱۳۲} = ۰/۹۷ \text{ PU}$$

ولتاژ محل اتصال کوتاه قبل از وقوع را با V_f نشان می‌دهیم و معمولاً زاویه آنرا صفر در نظر می‌گیریم (بردار مرجع). بنابراین:

$$V_f = ۰/۹۷ \angle ۰^\circ \text{ PU}$$

حال جریان زیرگذرای اتصال کوتاه را محاسبه می‌کنیم:

$$I'' = \frac{۰/۹۷ \angle ۰^\circ}{j۰/۱ + \frac{j۰/۲ \times j۰/۲}{j۰/۲ + j۰/۲}} = -j۴/۸۵ \text{ PU}$$

با محاسبه ولتاژ طرف فشار ضعیف ترانسفورماتور، جریان هریک از ژنراتورها را نیز بدست می‌آوریم:

$$V_a = j\,۰/۱\, I'' = j\,۰/۱(-j\,۴/۸۵) = ۰/۴۸۵ \text{ PU}$$

$$I''_۱ = I''_۲ = \frac{۰/۹۷ - ۰/۴۸۵}{j\,۰/۲} = -j\,۲/۴۲۵ \text{ PU}$$

با محاسبه جریان مبنا، جریان‌های اتصال کوتاه برحسب آمپر را بدست می‌آوریم:

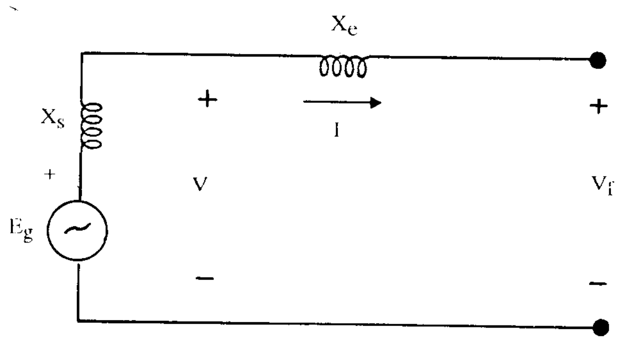
$$I_b = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^{۳}}{\sqrt{۳} \times ۲۰} = ۲۸۸۶/۷۵ \quad A$$

$$|I''_{۱}| = |I''_{۲}| = ۲/۴۲۵ \times I_b = ۲/۴۲۵ \times ۲۸۸۶/۷۵ = ۷۰۰۰ \quad PU$$

$$|I''| = ۴/۸۵\, I_b = ۴/۸۵ \times ۲۸۸۶/۷۵ = ۲۱۲۱ \;\; A$$

۴-۷ ولتاژهای داخلی ماشین سنکرون باردار در حالت گذرا

اگر هنگام وقوع اتصال کوتاه متقارن، ژنراتور سنکرون در شرایط بارداری باشد، محاسبه جریان اتصال کوتاه با آنچه در بخش (۳-۷) دیدیم متفاوت است. مدار معادل ژنراتور سنکرون در حالت بارداری در شکل (۹-۷) نشان داده شده‌است. در این مدار I و V بترتیب جریان بارداری و ولتاژ ترمینالهای ژنراتور هستند و X_e راکتانس معادل عناصری است که بین ژنراتور و محل وقوع اتصال کوتاه قرار دارند. نقطه P محل وقوع اتصال کوتاه بوده و V_f ولتاژ محل اتصال کوتاه قبل از وقوع می‌باشد.



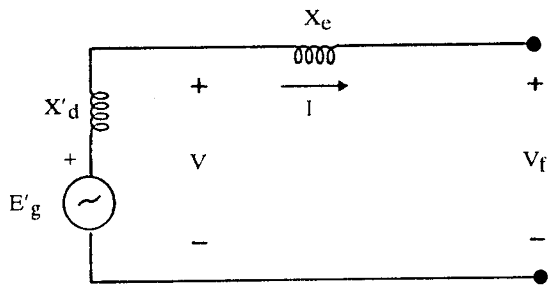
شکل ۹-۷: مدار معادل ژنراتور سنکرون در سیستم قدرت باردار

ولتاژ داخلی[1] E_g از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

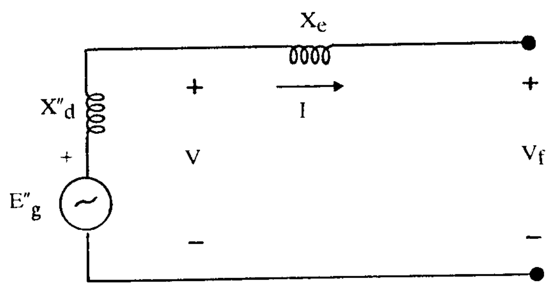
$$E_g = V + jIX_s \qquad (۶-۷)$$

1- Internal Voltage

اگر اتصال کوتاه متقارنی در نقطه P اتفاق بیفتد، شکل (۹-۷) نمی‌تواند برای محاسبه جریان گذرا و جریان زیرگذرای اتصال کوتاه مورد استفاده قرارگیرد، بلکه از روی آن فقط می‌توان جریان ماندگار اتصال کوتاه را محاسبه نمود. برای محاسبه جریان گذرای اتصال کوتاه I'، باید از راکتانس گذرای محور مستقیم X'_d در مدار معادل ژنراتور استفاده کرد. در اینصورت برای اینکه مدار معادل تونن از دیدگاه ترمینالهای ژنراتور تغییری نکند و جریان و ولتاژ ژنراتور در مقادیر I و V ثابت‌بمانند بجای ولتاژ داخلی E_g مقدار E'_g را جایگزین‌می‌کنیم و آنرا ولتاژداخلی‌گذرا [۱] می‌نامیم. شکل (۱۰-۷ الف) مدل ژنراتور باردار را که برای محاسبه جریان گذرای اتصال کوتاه بکار می‌رود نشان می‌دهد.



(الف)



(ب)

شکل ۱۰-۷: مدل ژنراتور سنکرون در سیستم قدرت باردار برای محاسبه جریان‌های گذرا و زیرگذرای اتصال کوتاه

برای محاسبه جریان زیرگذرای اتصال کوتاه I''، از مدار معادل نشان داده شده در شکل (۱۰-۷ب) استفاده می‌کنیم که در آن X''_d راکتانس زیرگذرای محور مستقیم و E''_g ولتاژ داخلی زیرگذرا [۲] هستند.

1- Transient Internal Voltage

2- Subtransient Internal Voltage

ولتاژهای داخلی گذرا و زیرگذرا با توجه به شکل (۱۰-۷) از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$E'_g = V + jIX'_d \qquad (۷-۷)$$

$$E''_g = V + jIX''_d \qquad (۷-۸)$$

در حالت بی‌باری، $I = ۰$، داریم:

$$E_g = E'_g = E''_g$$

لذا چنانچه از جریان‌های بار در مقایسه با جریان‌های اتصال کوتاه صرفنظر کنیم، برای محاسبه هر سه نوع جریان ماندگار، گذرا و زیر گذرای اتصال کوتاه می‌توانیم از E_g استفاده کنیم.

موتورهای سنکرون دارای راکتانس مشابه ژنراتورها می‌باشند. چنانچه یک موتور سنکرون اتصال کوتاه شود، از شبکه انرژی الکتریکی دریافت نمی‌کند، لیکن میدان آن توسط جریان DC تحریک می‌شود و اینرسی رتور و بارهای متصله به آن موجب می‌شود تا محور موتور برای مدتی در حال گردش باقی بماند. در این مدت وجود ولتاژ داخلی موتور باعث عبور جریان از موتور به طرف سیستم خواهدشد و لذا موتور در این فاصله مانند یک ژنراتور سنکرون عمل می‌کند.

مدار معادل موتور سنکرون باردار برای محاسبه جریان‌های اتصال کوتاه کاملاً مشابه ژنراتور سنکرون باردار می‌باشد و با توجه به جهت جریان بار در موتورها، ولتاژهای داخلی گذرا و زیرگذرا از معادلات زیر بدست می‌آیند:

$$E'_m = V - jIX'_d \qquad (۷-۹)$$

$$E''_m = V - jIX''_d \qquad (۷-۱۰)$$

۵-۷ محاسبه اتصال کوتاه در سیستم قدرت باردار

برای محاسبه جریان‌های اتصال کوتاه در سیستم قدرت باردار معمولاً از یکی دو روش زیر استفاده می‌شود:

روش اوّل: استفاده از ولتاژهای بی‌باری گذرا و یا زیرگذرا. در این روش ابتدا با توجه به

معلومات مسأله، ولتاژها و جریان‌های ژنراتورها و موتورهای سنکرون در شرایط بارداری را بدست می‌آوریم (در سیستم‌های بزرگ برای انجام این محاسبات از پخش بار استفاده می‌کنیم). سپس با استفاده از روابط (۷-۷) تا (۱۰-۷) برای ژنراتورها ولتاژهای داخلی گذرا E'_g و یا زیرگذرا E''_g (و برای موتورها E'_m و یا E''_m) را محاسبه می‌کنیم. آنگاه با اتصال نقطه مورد نظر به نقطه صفر سیستم، اتصال کوتاه متقارن را مدلسازی کرده و جریان‌های مورد لزوم را بدست می‌آوریم.

روش دوّم: استفاده از مدار معادل تونن واصل جمع اثرها. در این روش ابتدا با داشتن کمیت‌های معلوم سیستم، ولتاژ محل وقوع اتصال کوتاه V_f و جریان عناصر سیستم را در حالت بارداری بدست می‌آوریم (این محاسبه در سیستم‌های قدرت بزرگ با انجام پخش بار امکان‌پذیر است). سپس با استفاده از مدار معادل تونن سیستم قدرت از دیدگاه محل وقوع اتصال کوتاه، جریان اتصال کوتاه را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه جریان عناصر سیستم (نظیر ژنراتورها، ترانسفورماتورها و خطوط انتقال) بترتیب زیر عمل می‌کنیم:

الف) منابع ولتاژ موجود در سیستم (ولتاژهای داخلی ماشین‌های سنکرون) را مساوی صفر قرار می‌دهیم و اثر اتصال کوتاه را بصورت یک منبع جریان در محل وقوع اتصال کوتاه در نظر می‌گیریم و بوسیله آن جریان عناصر سیستم را محاسبه می‌کنیم.

ب) جریان اتصال کوتاه را برابر صفر قرار می‌دهیم و با تأثیر منابع ولتاژ سیستم (ولتاژ داخلی ماشین‌ها) جریان عناصر را محاسبه می‌کنیم. این محاسبه همان مطالعه حالت بارداری سیستم (پخش بار) می‌باشد.

با رعایت جهت جریان‌های بار، جریان‌های بدست آمده از بندهای (الف) و (ب) را با هم جمع می‌کنیم تا جریان‌های اتصال کوتاه در عناصر سیستم بدست آیند. اگر از جریان‌های بار صرفنظر کنیم، محاسبه جریان‌های بدست آمده در بند (الف) کفایت می‌کند.

مثال ۲-۷: یک ژنراتور سنکرون ۳۰MVA ، ۱۳/۲KV و ٪۲۰ = X''_d از طریق یک خط انتقال دارای راکتانس ٪۱۰ در مبنای ۳۰MVA و ۱۳/۲KV به یک موتور سنکرون با همان مقادیر نامی ژنراتور متصل است. براثر اتصال کوتاه متقارن در ترمینالهای موتور، جریان اتصال کوتاه در محل وقوع و جریان‌های اتصال کوتاه عبوری از ژنراتور و موتور سنکرون را محاسبه کنید. قبل از اتصال کوتاه، موتور سنکرون قدرت ۲۰MW در ولتاژ ۱۲/۸KV و ضریب قدرت ۰/۸ پیش‌فاز جذب می‌نمود.

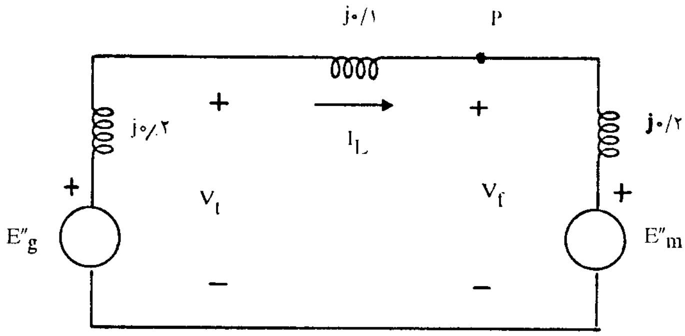
حلّ: شکل (۱۱-۷) مدار معادل سیستم را نشان می‌دهد. ولتاژ ترمینالهای موتور (نقطه P) را

بعنوان بردار مرجع انتخاب می‌کنیم. قدرت مبنا را ۳۰MVA و ولتاژ مبنا را ۱۳/۲KV در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$V_f = \frac{۱۲/۸}{۱۳/۲} = ۰/۹۷\angle ۰^\circ \text{ PU}$$

جریان مبنا برحسب آمپر برابر است با:

$$I_b = \frac{۳۰ \times ۱۰^۳}{\sqrt{۳} \times ۱۳/۲} = ۱۳۱۲ \quad A$$



شکل ۱۱-۷: مدار معادل سیستم قدرت مثال ۲-۷

جریان بار قبل از اتصال کوتاه را محاسبه می‌کنیم:

$$|I_L| = \frac{۲۰۰۰۰}{\sqrt{۳} \times ۱۲/۸ \times ۰/۸} = ۱۱۲۸ \text{ A}$$

بنابراین:

$$= \frac{۱۱۲۸}{۱۳۱۲} = ۰/۸۶ \text{ PU}$$

$$I_L = ۱۱۲۸ \underline{/ ۳۶/۹^\circ} \quad A = ۰/۸۶ \underline{/ ۳۶/۹^\circ} \quad PU = ۰/۶۹ + j۰/۵۲ \text{ PU}$$

حال با استفاده از روش اول E''_g و E''_m را بدست می‌آوریم:

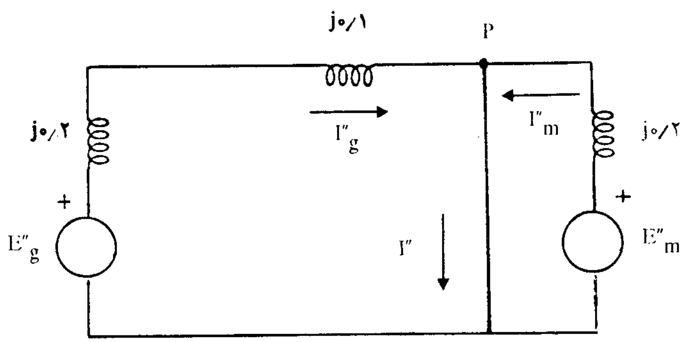
$$V_t = ۰/۹۷ + (۰/۶۹ + j۰/۵۲) j۰/۱ = ۰/۹۱۸ + j۰/۰۶۹ \text{ PU}$$

$$E''_g = ۰/۹۱۸ + j۰/۰۶۹ + j۰/۲(۰/۶۹ + j۰/۵۲) = ۰/۸۱۴ + j۰/۲۰۷ \text{ PU}$$

$$E''_m = ۰/۹۷ - j۰/۲(۰/۶۹ + j۰/۵۲) = ۰/۹۷ - j۰/۱۳۸ + ۰/۱۰۴ \text{ PU}$$

$$E''_m = ۱/۰۷۴ - j۰/۱۳۸ \quad \text{PU}$$

در شکل (۱۲-۷) اتصال کوتاه در نقطه P، با اتصال این نقطه به نقطه صفر سیستم مدلسازی شده‌است.



شکل ۱۲-۷ : مدار معادل سیستم قدرت در خلال اتصال کوتاه

جریان ژنراتور و موتور بر اثر اتصال کوتاه بترتیب زیر بدست می‌آیند:

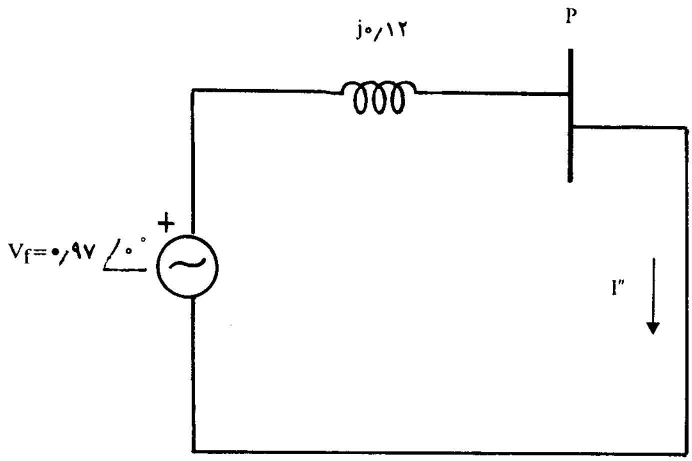
$$I''_g = \frac{۰/۸۱۴ + j۰/۲۰۷}{j۰/۳} = ۰/۶۹ - j۲/۷۱ \ \ PU$$
$$= ۱۳۱۲(۰/۶۹ - j۲/۷۱) = ۹۰۵ - j۳۵۵۰ \ \ A$$
$$I''_m = \frac{۱/۰۷۴ - j۰/۱۳۸}{j۰/۲} = -۰/۶۹ - j۵/۳۷ \ \ PU$$
$$= ۱۳۱۲(-۰/۶۹ - j۵/۳۷) = -۹۰۵ - j۷۰۵۰ \ \ A$$

و جریان محل اتصال کوتاه برابر است با:

$$I'' = I''_g + I''_m = ۰/۶۹ - j۲/۷۱ - ۰/۶۹ - j۵/۳۷ = -j۸/۰۸ \ PU$$
$$= -j۸/۰۸ \times ۱۳۱۲ = -j۱۰۶۰۰ \ \ A$$

همین نتایج را می‌توان با استفاده از روش دوم بدست آورد. در این روش ابتدا مدار معادل تونن سیستم قدرت از دیدگاه نقطه P را رسم می‌کنیم. سپس با اتصال کوتاه این مدار مطابق شکل (۱۳-۷) جریان اتصال کوتاه "I را محاسبه می‌کنیم:

$$I'' = \frac{۰/۹۷}{j\frac{۰/۳ \times ۰/۲}{۰/۳ + ۰/۲}} = \frac{۰/۹۷}{j۰/۱۲} = -j۸/۰۸ \ PU$$



شکل ۱۳-۷: بررسی اتصال کوتاه متقارن با استفاده از مدار معادل تونن سیستم

با تقسیم جریان "I بین ژنراتور و موتور، I''_g و I''_m بدست می‌آیند:

$$I''_g = -j۸/۰۸ \times \frac{j۰/۲}{j۰/۲ + j۰/۳} = -j۳/۲۳ \quad PU$$

$$I''_m = -j۸/۰۸ \times \frac{j۰/۳}{j۰/۲ + j۰/۳} = -j۴/۸۵ \quad PU$$

مقادیر بدست آمده برای I''_g و I''_m در صورتی قابل قبول هستند که از جریان‌های بار صرفنظر کنیم و سیستم را قبل از اتصال کوتاه بدون بار فرض نمائیم. اگر از جریان‌های بار صرفنظر نکنیم، مقادیر فوق‌الذکر بترتیب زیر محاسبه می‌شوند:

$$I''_g = -j۳/۲۳ + I_L = -j۳/۲۳ + ۰/۶۹ + j۰/۵۲ = ۰/۶۹ - j۲/۷۱ \ PU$$

$$I''_m = -j۴/۸۵ - I_L = -j۴/۸۵ - ۰/۶۹ - j۰/۵۲ = -۰/۶۹ - j۵/۳۷ \ PU$$

در اینجا باید دقت نمود که I_L و I''_g هم‌جهت هستند، لذا با هم جمع شده‌اند، لیکن I_L در خلاف جهت I''_m است که از آن کسر می‌گردد. مقادیر بدست آمده I''_g و I''_m برحسب PU بـا هـمین مقادیر بدست آمده از روش اول مساوی هستند. بنابراین مقادیر آنها برحسب آمپر نیز با یکدیگر برابر خواهدبود.

۷-۶ کاربرد Z_{bus} در محاسبات اتصال کوتاه متقارن

روش ارائه شده در بخش (۵-۷) برای شبکه‌های کوچک و ساده قابل استفاده است. در سیستم‌های قدرت بزرگ باید روش‌هائی مورد استفاده قرار گیرند که محاسبات اتصال کوتاه توسط کامپیوتر را براحتی انجام‌پذیر نمایند.

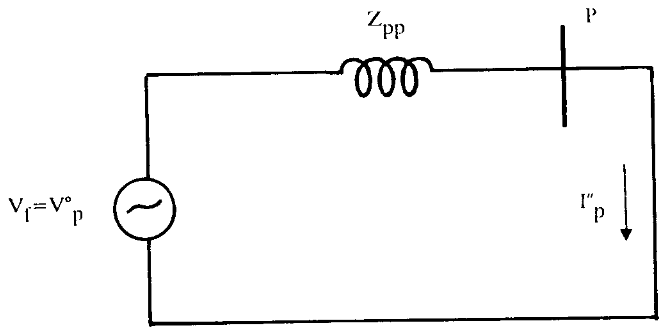
برای انجام محاسبات اتصال کوتاه ابتدا باید جریان‌ها و ولتاژهای سیستم را قبل از وقوع اتصال کوتاه با محاسبه پخش بار بدست آورد. بردار ولتاژ شین قبل از وقوع اتصال کوتاه عبارتست از:

$$V^{\circ} = \begin{bmatrix} V_1^{\circ} \\ V_2^{\circ} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_n^{\circ} \end{bmatrix} \qquad (۷-۱۱)$$

اگر اتصال کوتاه سه‌فاز متقارن در شین P اتفاق بیفتد، با استفاده از مدار معادل تونن سیستم از دیدگاه شین P، مطابق شکل (۱۴-۷)، می‌توان جریان اتصال کوتاه را محاسبه نمود. این جریان برابر است با:

$$I''_P = \frac{V_P^{\circ}}{Z_{PP}} = \frac{V_f}{Z_{PP}} \qquad (۷-۱۲)$$

که در آن Z_{PP} از ماتریس Z_{bus} تعیین می‌شود. در اینجا باید دقت نمود که در تشکیل ماتریس‌های Y_{bus} و Z_{bus} راکتانس گذرا و یا زیرگذرای ماشین‌های سنکرون را باید تأثیر داد.



شکل ۱۴-۷: اتصال کوتاه متقارن در شین P

ولتاژ شین P در حین اتصال کوتاه صفر می‌باشد، و ولتاژ شین‌های دیگر با توجه به معادله (۲۰-۳)، فصل سوّم، و در نظر گرفتن جهت جریان‌ها عبارتند از:

$$V_{sci} = V_i^{\circ} - Z_{ip}I'' \qquad i = 1,2,\ldots,n \qquad (۷-۱۳)$$

این رابطه بصورت ماتریس این‌چنین نوشته می‌شود:

$$V_{sc} = V^{\circ} + Z_{bus}I'' \qquad (۷-۱۴)$$

که در آن V_{sc} بردار ولتاژ شین در حین اتصال کوتاه، و I'' بردار جریان اتصال کوتاه مطابق زیر تعریف می‌شوند:

$$V_{sc} = \begin{bmatrix} Vsc_1 \\ Vsc_2 \\ \vdots \\ Vsc_n \end{bmatrix} \qquad I'' = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -I_p^{\circ} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (۷-۱۵)$$

در محاسبات کلاسیک، قبل از اتصال کوتاه معمولاً سیستم قدرت را بدون بار فرض می‌نمایند و لذا ولتاژ در همه نقاط سیستم یکسان و برابر V_f در نظر گرفته می‌شود.

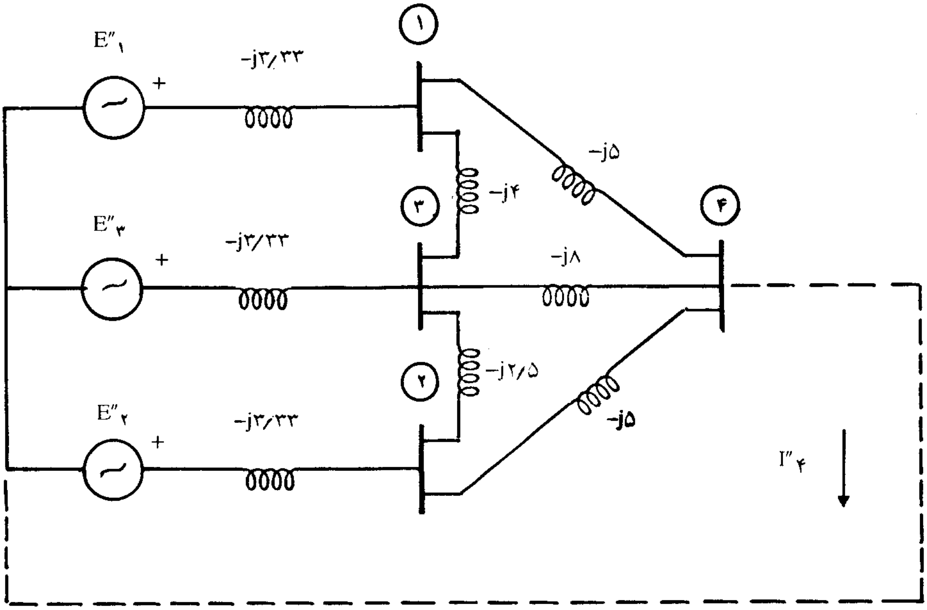
یکی از کمیت‌های مهم در محاسبات اتصال کوتاه، قدرت اتصال کوتاه شین برحسب MVA می‌باشد. قدرت اتصال کوتاه شین P از رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$S_{scp} = \sqrt{3}\, V_p I''_p \times 10^{-3} \quad [MVA] \qquad (۷-۱۶)$$

در این معادله V_f ولتاژ نامی شین شماره P برحسب KV بوده و I''_p جریان زیرگذرای اتصال کوتاه متقارن در شین P برحسب آمپر می‌باشد.

مثال ۳-۷ : سیستم قدرت شکل (۱-۳) از فصل سوم را در نظر بگیرید. در شکل مذکور راکتانس سنکرون ژنراتورها را با راکتانس زیرگذرا $X''_d = ۰/۲$ PU جایگزین کنید. دیاگرام امپدانس این سیستم در شکل (۱۵-۷) رسم شده‌است و در آن مقادیر ادمیتانس‌ها برحسب PU مشخص شده‌اند.

اتصال کوتاه متقارنی در شین ۴ بوقوع می‌پیوندد (قسمت خط‌چین در شکل ۱۵-۷). جریان اتصال کوتاه در محل وقوع $I''_۴$، ولتاژ شین‌ها در حین اتصال کوتاه، جریان ژنراتور ۱ و جریان خط انتقال بین شین‌های ۱ و ۳ را بدست آورید.



شکل ۱۵-۷: دیاگرام امپدانس سیستم قدرت مثال (۳-۷)

حلّ: امپدانس بین ولتاژ داخلی هریک از ژنراتورها و شین مربوطه عبارتست از :

$$Z = j(۰/۲ + ۰/۱) = j۰/۳ \quad PU$$

و ادمیتانس مربوطه برابر است با:

$$Y = \frac{۱}{j۰/۳} = -j۳/۳۳ \quad PU$$

ایــن مـقادیر در شکـل (۱۰-۷) نشـان داده شـده‌انـد. ولتـاژ سـیستم را قـبل از اتـصال کـوتاه $V_f=1\angle 0^\circ$ PU در نظر می‌گیریم. ابتدا ماتریس Y_{bus} را بدست می‌آوریم:

$$Y_{bus}=j\begin{bmatrix} -12/33 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & -10/83 & 2/5 & 5 \\ 4 & 2/5 & -17/83 & 8 \\ 5 & 5 & 8 & -18 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

ماتریس Z_{bus} را متعاقباً از معکوس Y_{bus} تعیین می‌کنیم:

$$Z_{bus}=j\begin{bmatrix} 0/1488 & 0/0651 & 0/0864 & 0/0978 \\ 0/0651 & 0/1554 & 0/0799 & 0/0967 \\ 0/0864 & 0/0798 & 0/1341 & 0/1058 \\ 0/0978 & 0/0967 & 0/1058 & 0/1566 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

حال جریان اتصال کوتاه در شین ۴ را محاسبه می‌نمائیم:

$$I''_4=\frac{V_f}{Z_{44}}=\frac{1}{j0/1566}=-j6/386 \quad \text{PU}$$

ولتاژ شین‌ها در خلال اتصال کوتاه این‌چنین محاسبه می‌شوند:

$$V_{sc1}=V_1^0-Z_{14}I''_4=1-j0/0978(-j6/386)=0/3755 \text{ PU}$$

$$V_{sc2}=V_2^0=Z_{24}I''_4=1-j0/0967(-j6/386)=0/3825 \text{ PU}$$

$$V_{sc3}=V_3^0-Z_{34}I''_4=1-j0/1058(-j6/386)=0/3244 \text{ PU}$$

$$V_{sc4}=0$$

جریان ژنراتور ۱ و جریان خط انتقال بین شین‌ها ۱ و ۳ را به عنوان نمونه محاسبه می‌کنیم:

$$I''_{G1}=(E''_1-V_{SC1})(-j3/33)=(1-0/3755)(-j3/33)$$
$$=-2/0817 \text{ PU}$$

$$I''_{13}=(V_1-V_3)(-j4)=(0/3755-0/3244)(-j4)$$
$$=-j0/2044 \text{ PU}$$

۷-۷ تأثیر مؤلفه DC در جریان اتصال کوتاه

محاسبه جریان زیرگذرای اتصال کوتاه که تا بحال بررسی کردیم شامل مؤلفه DC نبوده است. اگر مؤلفه DC در نظر گرفته شود مقدار مؤثر جریان بلافاصله پس از وقوع اتصال کوتاه بدست می‌آید که بیشتر از جریان زیرگذرا می‌باشد.

مقدار مؤثر جریانی که باید در نیم سیکل اول توسط کلید تحمل می‌شود به جریان آنی[1] (موقت) اتصال کوتاه موسوم است و معمولاً از ضرب کردن جریان زیرگذرا در ضریب ۱/۶ بدست می‌آید.

جریان قطع[2] نامی یک کلید، جریانی است که کلید قدرت[3] باید قابلیت قطع آنرا داشته‌باشد. این جریان کمتر از جریان موقت اتصال کوتاه بوده و به سرعت قطع کلید بستگی دارد. سرعت قطع کلیدها معمولاً بصورت تعداد سیکل، مانند ۸ و ۵ و ۳ و ۲ سیکل، اندازه‌گیری می‌شود و مقصود از آن تعداد سیکل پس از وقوع اتصال کوتاه تا خاموش شدن کامل قوس در کلید می‌باشد. جدول (۲-۷) ضریب مربوط به تأثیر مؤلفه DC را برای سرعت‌های مختلف کلیدها نشان می‌دهد.

جدول ۲-۷: ضریب تأثیر مؤلفه DC در جریان اتصال کوتاه

سرعت قطع کلید برحسب تعداد سیکل	ضریب مؤلفه DC
۸	۱
۵	۱/۱
۳	۱/۲
۲	۱/۴

پس از تعیین جریان قطع نامی، می‌توان مقدار نامی قدرت قطع کلید را مطابق زیر بدست آورد:

$$(\text{قدرت قطع}) = \sqrt{3}\ (\text{ولتاژ نامی شین})\ (\text{جریان قطع‌نامی}) \qquad (۷-۱۷)$$

در این رابطه ولتاژ نامی شین برحسب KV، و جریان قطع برحسب KA جایگزین می‌گردند تا قدرت قطع برحسب MVA بدست آید. تجربه نشان می‌دهد در مواردی که قدرت اتصال کوتاه S_{sc} از رابطه (۷-۱۶) در شینی بیش از ۵۰۰ مگاولت آمپر باشد به ضرائب تأثیر مؤلفه DC در جدول (۷-۲) باید ۰/۱ واحد اضافه نمود، یعنی ضرائب به ترتیب به ۱/۱ ، ۱/۲ ، ۱/۳ و ۱/۵ تبدیل گردند.

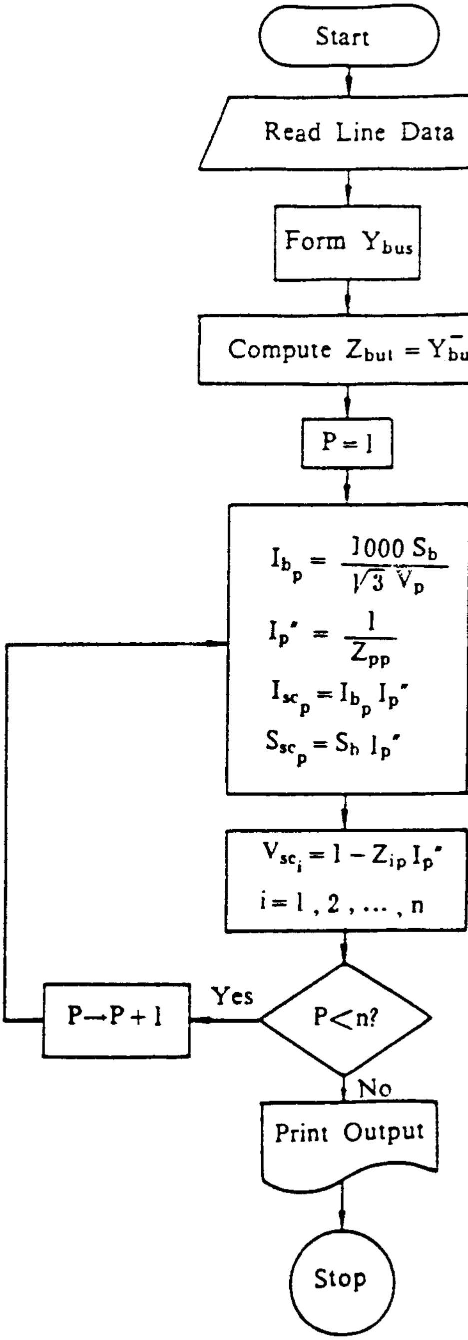
1- Momentary Current 2- Interupting Current 3- Circuit Breaker

۸-۷ استفاده از کامپیوتر در محاسبات اتصال کوتاه متقارن

محاسبه اتصال کوتاه متقارن با استفاده از روش ارائه شده در بخش (۶-۷) براحتی می‌تواند توسط کامپیوتر انجام شود. شکل (۱۶-۷) فلوچارت محاسبات اتصال کوتاه متقارن را نشان می‌دهد. در این فلوچارت داریم:

n = تعداد شین‌ها
I''_P = جریان اتصال کوتاه شین P برحسب PU
P = شماره شین
I_{b_p} = جریان مبنا در شین P
I_{sc_p} = جریان اتصال کوتاه شین P برحسب آمپر
S_b = قدرت مبنا برحسب MVA
S_{sc_p} = قدرت اتصال کوتاه شین P برحسب MVA
V_{sc_i} = ولتاژ شین i در خلال اتصال کوتاه
V_p = ولتاژ شین P برحسب KV

در شکل (۱۶-۷) علاوه بر محاسبه جریان و قدرت اتصال کوتاه شین‌ها، نحوه محاسبه



شکل ۱۶-۷: فلوچارت محاسبات اتصال کوتاه متقارن

مسائل فصل هفتم

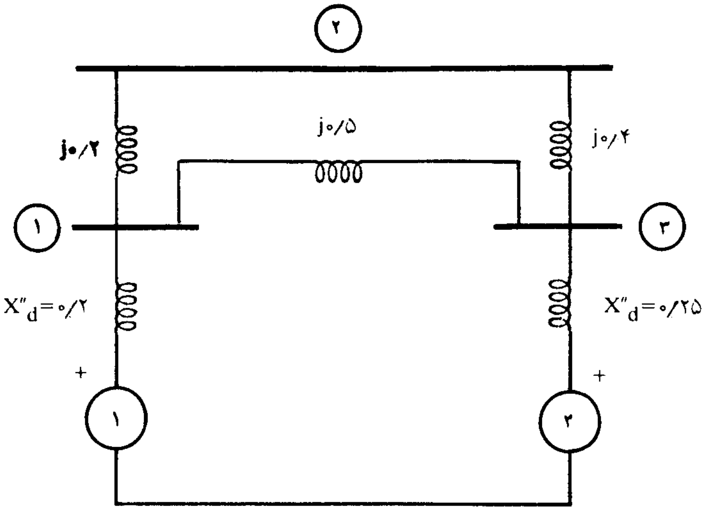
۱-۷ یک ژنراتور ۲۵۰MVA، ۲۰KV با راکتانس $X''_d = ۰/۲\ PU$ به ترانسفورماتور ۲۵۰MVA، ۲۰KV/ ۲۳۰ با راکتانس $X = ۰/۱\ PU$ متصل است. اگر اتصال کوتاه سه‌فازی در طرف فشار قوی ترانسفورماتور اتفاق بیفتد، جریان زیرگذرای اتصال کوتاه را برحسب PU و آمپر و همچنین ولتاژ ترمینالهای ژنراتور را برحسب کیلوولت بدست آورید. سیستم قدرت قبل از اتصال کوتاه بدون بار و ولتاژ طرف فشار قوی ۲۲۳/۱ کیلوولت بوده است.

۲-۷ یک ژنراتور سنکرون از طریق یک ترانسفورماتور به موتور سنکرونی متصل است. راکتانس زیرگذرای ژنراتور و موتور در مبنای یکسان بترتیب ۰/۲PU و ۰/۳PU بوده و راکتانس پراکندگی ترانسفورماتور در همان مبنا ۰/۱PU می‌باشد. هنگامی که ولتاژ ترمینالهای ژنراتور $۱/۰۲\angle ۰^\circ$ و جریان آن ۱PU با ضریب قدرت ۰/۸۵ پس‌فاز است، اتصال کوتاه متقارنی در ترمینالهای موتور اتفاق می‌افتد. جریان‌های زیرگذرای اتصال کوتاه در محل وقوع، ژنراتور و موتور را از دو روش زیر بدست آورید:

الف) با محاسبه ولتاژ داخلی زیرگذرای ژنراتور و موتور
ب) با استفاده از قضیه تونن واصل جمع اثرها

۳-۷ در شکل (۱۷-۷) جریان زیرگذرای اتصال کوتاه که از ژنراتور ۱ و خط انتقال ۲-۱ جاری است و همچنین ولتاژ شین‌ها را براثر اتصال کوتاه سه‌فاز متقارن در شین ۲ محاسبه کنید. سیستم قدرت قبل از اتصال کوتاه بدون بار و ولتاژ شین ۱PU فرض شود.

۴-۷ دو موتور سنکرون بترتیب دارای راکتانس‌های زیرگذرای ۰/۸ و ۰/۲۵ پریونیت در مبنای ۴۸۰V و ۲MVA به یک شین متصل هستند. این موتورها از طریق خط انتقالی با راکتانس ۰/۰۲۳Ω به یک سیستم قدرت متصل می‌باشند. قدرت اتصال کوتاه سیستم قدرت ۹/۶MVA و ولتاژ نامی آن ۴۸۰V می‌باشد. سیستم را قبل از اتصال کوتاه بدون بار فرض کنید و براثر اتصال کوتاه سه‌فاز متقارن در شین موتورها، جریان اتصال کوتاه در محل وقوع را محاسبه کنید. ولتاژ ترمینالهای موتورها قبل از اتصال کوتاه ۴۴۰V بوده است.



شکل ۱۷-۷: مربوط به مسأله (۳-۷)

۵-۷ ماتریس امپدانس شین برای یک سیستم قدرت ۴ شینه برحسب PU مطابق زیر است:

$$Z_{bus} = j\begin{bmatrix} ۰/۱۵ & ۰/۰۸ & ۰/۰۴ & ۰/۰۷ \\ ۰/۰۸ & ۰/۱۵ & ۰/۰۶ & ۰/۰۹ \\ ۰/۰۴ & ۰/۰۶ & ۰/۱۳ & ۰/۰۵ \\ ۰/۰۷ & ۰/۰۹ & ۰/۰۵ & ۰/۱۲ \end{bmatrix} \quad PU$$

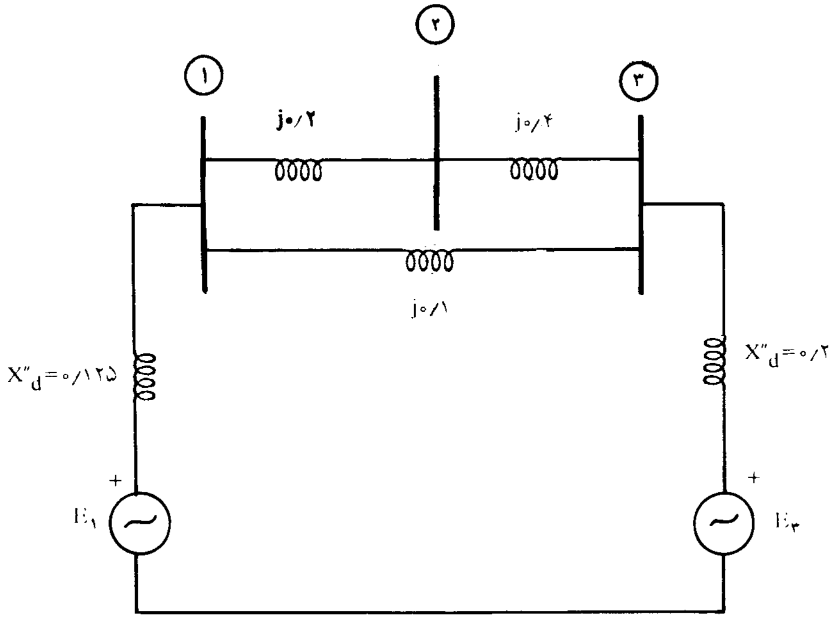
ژنراتورهای سیستم به شین‌های ۱و ۲ متصل بوده، و راکتانس زیرگذرای آنها در ماتریس Z_{bus} منظور شده‌است. جریان اتصال کوتاه متقارن در شین ۴ را بدست آورید. همچنین براثر اتصال کوتاه مذکور، جریان ژنراتور ۲ با راکتانس زیرگذرای ۰/۲PU را محاسبه کنید.

۶-۷ در شکل (۱۸-۷) امپدانس‌ها در مبنای ۱۰۰MVA برحسب PU مشخص شده‌اند. این سیستم قبل از اتصال کوتاه بدون بار و ولتاژ شین ۱ معادل ۱PU بوده‌است.

الف) ماتریس Z_{bus} را برای این سیستم تشکیل دهید.

ب) جریان اتصال کوتاه متقارن و قدرت اتصال کوتاه (MVA) در شین ۱ را محاسبه کنید.

ج) ولتاژ شین‌های ۲ و ۳ و جریان عبوری از خط ۳-۲ را براثر اتصال کوتاه در شین ۱ بدست آورید.



شکل ۱۸-۷: مربوط به مسأله (۶-۷)

۷-۷ می‌خواهیم قدرت اتصال کوتاه شین ۱، در مسأله (۶-۷) را به $\frac{۲}{۳}$ مقدار بدست آمده برسانیم. برای اینکار راکتوری با ژنراتور متصله به شین ۱ سری می‌کنیم. راکتانس این راکتور را بدست آورید.